

# PETRÓLEO Y KARST: BASES TEÓRICAS DE UNA TECNOLOGÍA PARA LA DISPOSICIÓN FINAL DE AGUAS PRODUCIDAS TRATADAS EN ACUÍFEROS CÁRSICOS SOMEROS Y CUERPOS DE AGUA SALINIZADOS

**L. F. Molerio-León**

*INVERSIONES GAMMA, S.A.,*

*PO Box 6246, CP 10600, Habana 6, Ciudad de La Habana, Cuba*

*E-mail: [especialistaprincipal@gmail.com](mailto:especialistaprincipal@gmail.com)*

## Contenido

RESUMEN .....	3
ABSTRACT.....	3
INTRODUCCIÓN .....	4
RECONOCIMIENTOS .....	6
NECESIDAD DE LA SOLUCIÓN Y DESARROLLO DEL MÉTODO.....	7
ESTUDIOS DE FACTIBILIDAD .....	9
ESTRUCTURA DEL ALGORITMO GENERAL .....	11
ORGANIZACIÓN DEL FLUJO EN ACUÍFEROS CÁRSICOS .....	11
Hidrodinámica del karst según un modelo de interacción entre medios continuos múltiples: ecuaciones de intercambio.....	18
Física de la doble porosidad.....	23
Física de la doble permeabilidad.....	27
Física de la triple porosidad.....	28
Transferencia de fluido en los dominios de flujo .....	28
Funciones de transferencia de fluido entre espacios múltiples .....	30
CASO PARTICULAR DE LA INTERACCIÓN AGUA DULCE-AGUA DE MAR EN ACUÍFEROS CÁRSICOS COSTEROS .....	31
La relación de Ghyben y Herzberg.....	32
Componentes de las desviaciones en acuíferos cársicos .....	34
Existencia de flujos verticales .....	34
Gradiente vertical de carga asociado a la descarga del acuífero.....	34
Efecto de la propagación de mareas.....	35
Efectos de las no-homogeneidades del acuífero .....	37
Anisotropía del campo de propiedades físicas y su efecto sobre el campo de propiedades físicas .....	41
Redes de flujo en la zona de interfaz aguas terrestres-aguas marinas .....	45
Efecto de la descarga de ríos subterráneos al mar.....	49
CAPACIDAD DE ASIMILACIÓN DE LAS AGUAS PRODUCIDAS E INTERCAMBIO GEOQUÍMICO.....	55
Procesos de adquisición de la composición química de las aguas .....	55
Concentraciones de base .....	57
Reactabilidad y efecto de mezcla en acuíferos cársicos .....	60
Casos específicos de flujo de densidad variable.....	64
Caso de flujo de densidad y temperatura variable: descarga de aguas de capa en cuerpo receptor salino marino.....	67
Caso de flujo de densidad y temperatura variable: descarga de aguas de capa en cuerpo receptor salino (aguas subterráneas) .....	69

LONGITUD DE MEZCLA .....	71
Cálculo en sistemas acuíferos reales a partir de la distribución de la concentración a lo largo de una línea de flujo.....	76
Cálculo en acuíferos costeros salinizados: influencia de las mareas.....	81
TRANSPORTE DE CALOR.....	83
Solución del problema del transporte de calor en un caso de estudio real.....	86
Modelo teórico de los procesos térmicos en medios de doble permeabilidad.....	88
NOTA FINAL .....	90
REFERENCIAS .....	92

# PETRÓLEO Y KARST: BASES TEÓRICAS DE UNA TECNOLOGÍA PARA LA DISPOSICIÓN FINAL DE AGUAS PRODUCIDAS TRATADAS EN ACUÍFEROS CÁRSICOS SOMEROS Y CUERPOS DE AGUA SALINIZADOS

**L. F. Molerio-León**

*INVERSIONES GAMMA, S.A.,*

*PO Box 6246, CP 10600, Habana 6, Ciudad de La Habana, Cuba*

*E-mail: [especialistaprincipal@gmail.com](mailto:especialistaprincipal@gmail.com)*

## **RESUMEN**

En los últimos años, el autor ha evaluado a posibilidad de utilizar pozos someros en acuíferos cársicos salinizados poco productivos para sustituir la inyección profunda de aguas producidas tratadas de los yacimientos gasopetrolíferos, minimizar los costes energéticos y maximizar las operaciones de vigilancia y control ambiental. Se describe en esta contribución la solución tecnológica de la disposición somera de las aguas producidas, basada en una adaptación de los principios de la Teoría de Pitzer sobre transporte reactivo en salmueras de petróleo y marinas, básicamente en ecotonos de interface tierra-oceano, en mar abierto o en acuíferos salinizados, se resuelve considera la dinámica del flujo local y regional que pasa por acoplar los procesos de flujo controlado por la densidad, el calor advectivo-dispersivo y el transporte de masa. La circulación se describe mediante la ecuación de transporte advectivo-difusivo, en un esquema fundamentalmente Euleriano pero que, bajo condiciones de forcing por mareas (proceso con potencial fluctuante periódico) puede transformarse en Lagrangiano, acompañado de reacciones químicas e intercambio térmico bajo determinadas condiciones iniciales y de contorno. El modelo de interacción de Pitzer está basado en la expresión de la energía libre de Gibbs de la solución de acuerdo con la ecuación de Debye-Hückel y en una expansión virial de las molalidades de las especies disueltas, que pueden ser iónicas o neutras.

## **Palabras clave**

Pitzer, oil & gas, aguas producidas, tecnología, acuíferos cársicos

## **ABSTRACT**

During the last years the author has developed an attempt to use shallow wells in salinized karst aquifers to substitute the deep injection of treated produced waters of oil and gas fields in abandoned productive wells pursuing a minimization of the energetic costs of injection and maximize the effectiveness of surveillance and monitoring of the negative environmental impacts. This contribution describes the technological solution of the shallow water disposal, based in an adaptation of the principles of Pitzer's Theory on the reactive transport of oil and marine brines, basically tested in land-ocean interfaces, open sea or in salinized aquifers. Flux dynamics is solved in terms of the particular hydrodynamics or local and regional flow systems coupling density-flow governing processes, advective-dispersive heat transfer and mass transport. Flow processes are described by an Eulerian approach that under tidal forcing (that introduces a periodic -fluctuating- component in complex dynamics) could be transformed in a Lagrangian process under specific initial and boundary conditions. Pitzer model accounts for the solution of the Gibbs Free Energy Equation according the Debye-Hückel equation and a virial expansion of the molalities of the dissolved (ionic o neutral) species.

## **Key words**

Pitzer, oil & gas, produced waters, technology, karst aquifers

# PETRÓLEO Y KARST: BASES TEÓRICAS DE UNA TECNOLOGÍA PARA LA DISPOSICIÓN FINAL DE AGUAS PRODUCIDAS TRATADAS EN ACUÍFEROS CÁRSICOS SOMEROS Y CUERPOS DE AGUA SALINIZADOS

**L. F. Molerio-León**

*INVERSIONES GAMMA, S.A.,*

*PO Box 6246, CP 10600, Habana 6, Ciudad de La Habana, Cuba*

*E-mail: [especialistaprincipal@gmail.com](mailto:especialistaprincipal@gmail.com)*

*A mi madre, en su ausencia*

## INTRODUCCIÓN

La gestión de las aguas producidas es uno de los problemas comunes de la gestión de los yacimientos gasopetrolíferos y pueden causar fuertes impactos negativos sobre el régimen y la calidad de las aguas subterráneas y, con ello, a todo el ecosistema vinculado a éstas. Las aguas producidas mal o deficientemente tratadas constituyen siempre un foco de peligro ambiental cuando se disponen inadecuadamente o se monitorean de manera inapropiada. Aun cuando las compañías petroleras están entrenadas y bien equipadas para manejar los derrames en las líneas de ductos, en los sistemas de transporte o en los de almacenamiento también a veces surgen complicaciones por fallas en profundidad, como las fugas por rotura del sistema de encamisado y de inyección y que pueden emerger o no a superficie (injection spills) pero que también contaminan todos los sistemas acuíferos atravesados por la estructura de perforación.

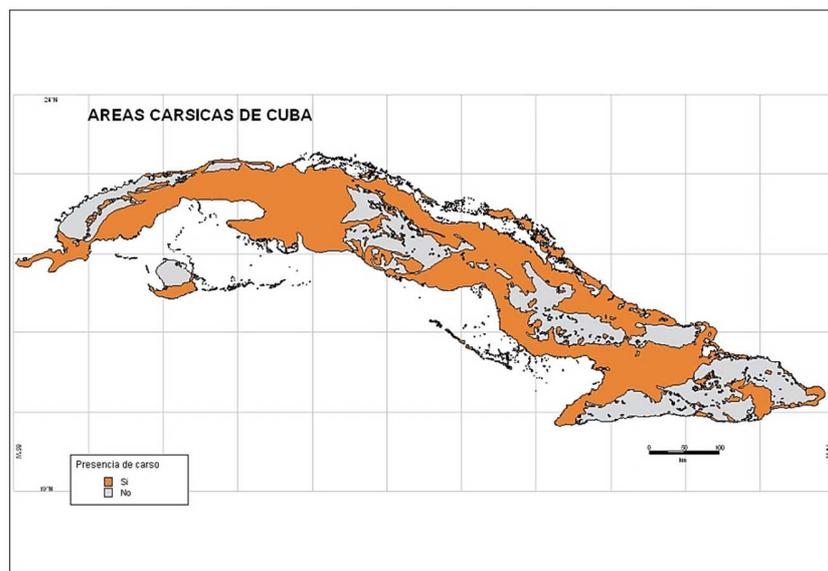
Igualmente, cuando las aguas producidas no se inyectan con fines de producción; es decir, mantener la presión de campo y organizar adecuadamente la transferencia de fluidos, sobre los que se ejerce un fuerte control de presiones y de aportes/pérdidas, sino que se utilizan pozos antiguos abandonados o no productores para disponerlas como solución de disposición final, los costos de operación son sistemáticamente incrementados, sobre todo, por los costes de tratamiento y energéticos -para la inyección en las capas ya no productoras del yacimiento- y de vigilancia y control, en evitación de que migren al campo activo y contribuyan a su reinundación.

En los últimos años, el autor ha evaluado a posibilidad de utilizar pozos someros en acuíferos cársicos salinizados y poco productivos para sustituir la inyección profunda, minimizar los costes energéticos y maximizar las operaciones de vigilancia y control ambiental. Algunas publicaciones (varias de ellas en *Argentina Subterránea*) han fundamentado y descrito los principios de la metodología aplicada a la solución de estos problemas, basada en una adaptación de los principios de la Teoría de Pitzer sobre transporte reactivo en salmueras de petróleo y marinas, básicamente en ecotonos de interfase tierra-océano pero que, por la física del proceso pueden evaluarse en ambientes de este tipo en zonas de tierra adentro (Molerio, 2015, 2019a, 2019b, 2019c, 2020a, 2020b, Molerio y Farfán, 2020).

En la aplicación de esta técnica ha sido necesario resolver un grupo importante de problemas teóricos y de su aplicación ingeniera, tales como, la transferencia de calor en el dominio de flujo y la respuesta agua-roca, la organización del flujo en sistemas gobernados por la densidad, los típicos problemas de corrosión-sedimentación en las

tuberías y sistemas receptores y de ductos en general, la propagación de la eventual carga contaminante (macroconstituyentes, metales y microelementos), el transporte de masa, momento y energía, con particular atención a los de transporte e intercambio de calor mencionados, los derivados de la eventual ausencia de capas confinantes que pudieran actuar como sellos en los acuíferos someros.

En atención a ello, y por la naturaleza geológica de Cuba (Figs 1 y 2) se ha ido desarrollando esta aplicación orientada para acuíferos cársicos someros, con epikarst bien desarrollado y cavidades embrionarias en la zona no saturada, buscando la definición óptima de la profundidad de vertimiento (no inyección) de las aguas de capa tratadas y el ajuste de normativas legales al respecto de la calidad final de las aguas a disponer.



**Fig. 1. Distribución del karst en Cuba (mapa resumen cortesía de H. Farfán)**



**Fig. 2. Karst litoral en la Franja de Crudos Pesados Habana-Matanzas, una de las zonas más importantes de exploración y extracción de petróleo y gas del Norte de Cuba (Foto del autor)**

El propio desarrollo de los algoritmos y el ensayo sistemático de la tecnología que los aplica han permitido su extensión a medios porosos no necesariamente anisotrópicos y

heterogéneos como el karst, sino en aquellos donde las condiciones iniciales y de borde se cumplan, incluso en medios porosos granulares. Especialmente importante ha sido la determinación de los tiempos de residencia del nuevo flujo multifásico (o polifásico) y de los procesos complementarios de saturación-insaturación de las nuevas soluciones a lo largo de las líneas de flujo interesadas por la disposición somera.

Esta contribución resume los algoritmos desarrollados, derivados o aplicados para solucionar este problema, validado en casos reales en dos condiciones extremas: a) para descargas submarinas en mar abierto y b) para acuíferos carbonatados libres y semilibres salinizados con o sin presencia cercana de interface tierra-océano y componente periódica de marea e intrusión marina, en un intento por armonizar políticas ambientales y políticas económicas que garanticen un desarrollo no antagónico entre ambos extremos de actividad social, cultural y económica. Bajo determinados esquemas de organización y de relación Academia-Gobierno-Comunidad-Consultor con los operadores de las compañías gasopetrolíferas se ha podido avanzar en la consideración y la implementación de este propósito. La incuestionable necesidad de garantizar el abastecimiento energético del país, pero balanceado con la sostenibilidad necesaria de otras áreas de valor económico, ambiental y social han primado en estas investigaciones.

## **RECONOCIMIENTOS**

Por tales motivos, nuestro reconocimiento a las compañías petroleras que brindaron su apoyo a esta investigación; en particular a SHERRITT INTERNATIONAL OIL & GAS (Canadá), en las personas de Elvin Saruk, Vicepresidente, Bary Zimmerman, Gerente de Operaciones Cuba, Miguel Gala Valiente, Peter Turner, Julio Hernández, Arnaldo González Finalé; de la Empresa de Perforación y Extracción de Petróleo de Occidente (Cuba) y a sus directivos, Carlos Hernández, Ileana Morejón y Carmen Montesinos; a la dirección y especialistas de CUPET (CubaPetróleo): Manuel Marrero y Victor Moya. También a las autoridades de la Oficina de Regulación y Seguridad Ambiental de Cuba: Jorge Álvarez y Antonio Casanova. En INVERSIONES GAMMA, S.A., fue inestimable el apoyo de Adrián Gómez, Director General y, en años recientes, cooperaron en algunas acciones de campo E. Balado, C. Aldana, así como H. Farfán, de la empresa ECOVIDA. Más recientemente, María del Carmen Martínez y Orestes Sardiñas han participado en algunos de estos estudios.

Las autoridades del INSTITUTO NACIONAL DE RECURSOS HIDRÁULICOS (INRH) de Cuba se mostraron muy interesados en estos resultados y los han compartido con interés de generalización como solución alternativa para la protección de las aguas terrestres y marinas- Eulalia López, Asesora de la Presidencia del INRH y José Francisco Santiago. En las etapas iniciales de investigación y concepción de la metodología el autor recibió el apoyo de la dirección de la consultora cubano-española CESIGMA, S.A. por la vía de Luis R. Díaz Cisneros y Rolando Pereiras, Gerente General y Gerente de Operaciones, respectivamente. De manera independiente, agradezco las atenciones y opiniones del Dr. Ismael Herrera de la Universidad Nacional Autónoma de México y la Dra. Susana Gómez, del Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas de la propia UNAM y al Dr. Martín Díaz, del Instituto Mexicano del Petróleo. A Carlos Benedetto, Presidente de la Federación Argentina de Espeleología (FAde) nuestro agradecimiento por su sistemático apoyo a la divulgación de estos resultados.

A mis compañeros de la Sociedad Espeleológica de Cuba con quienes he compartido las exploraciones, resultados y estudios en el karst costero y en ambientes cársicos anquialinos: Abel Pérez González, Mario Guerra, Ernesto Flores Valdés, Eduardo Nieto, Marjorie Condis, Fernando Balseiro, Esteban Grau, Ercilio Vento, José M. Corella, Esteban Grau y Vladimir Otero.

Ana, mi compañera, ha participado desde siempre en todos estos estudios, en campo y en casa. Su apoyo y colaboración han sido insustituibles.

### **NECESIDAD DE LA SOLUCIÓN Y DESARROLLO DEL MÉTODO**

La búsqueda de una tecnología que permitiese las soluciones efectivas para disponer salmueras sin crear nuevos pasivos ambientales, comenzó a principios de 2007 atendiendo a una necesidad de solución para el drenaje de las sentinas de los barcos en la Base de Supertanqueros de Matanzas, donde se esbozó esta alternativa de solución por vez primera, derivando después al caso de aquellos que se requirieron como resultado de la explotación de los campos de petróleo de la EPEP-OCCIDENTE y, más tarde, de las compañías SHERRITT INTERNATIONAL (Canadá) y PEBERCAN (Francia-Canadá)

En estos últimos casos, la demanda de una solución a los excedentes de agua de capa venía dada por:

- Necesidad de disponer los volúmenes crecientes de agua de capa tratada, que no volverían al yacimiento por razones geológicas y tecnológicas.
- Reducir los costos de operación asociados con el gasto energético de la inyección en profundidad
- Minimizar la posibilidad de fluencia de agua de los pozos de inyección a los productores
- Disminuir la posibilidad de intercambio inducido entre las capas productoras de petróleo y gas
- No crear pasivos ambientales adicionales y, por el contrario, aprovechar las aguas salinizadas improductivas y el ecotono litoral como sistema de disposición final autorregulado.

El perfeccionamiento del método ha pasado por dos grandes etapas de desarrollo de investigaciones de base que condujeron a los resultados que aquí se resumen.

Así, entre 1991 y 1992 (Molerio, 1992a) y actualizados en 2020, se desarrollaron los primeros estudios de tipificación generalizada de la composición química e isotópica de las aguas subterráneas de Cuba y la identificación de los miembros terminales y de transición de las aguas terrestres. Ya entre 2000 y 2001, ante el auge de la exploración y producción petrolera en Cuba se desarrollaron investigaciones particulares en algunos yacimientos para definir la compatibilidad geoquímica entre algunos tipos de aguas y sus indicadores característicos; particularmente en el caso de la interacción de flujos multifásicos y polifásicos.

La presencia de salmueras de petróleo, atípicas por provenir de yacimientos carbonatados, condujo a la aplicación de la Teoría de las Interacciones Iónicas de Pitzer para estudiar, en modelos naturales, la evolución de las fases y su aceptabilidad

en acuíferos reales altamente salinizados. En esa época, el tipo geoquímico “Aguas de Capa” pudo ser definido con elevada certidumbre estadística e incluido en el Nomograma de Miembros Terminales y de Transición que ya había utilizado como base, el nomograma clásico de Schoeller adaptado por nosotros a tales efectos a principios de los años 90 pasados.

El diseño, operación y optimización de redes de monitoreo de las aguas terrestres y marinas en algunos yacimientos gasopetrolíferos del Occidente de Cuba condujo a la precisión de los factores de control geológico e hidrodinámico, en particular de la hidrodinámica geoquímica y a la elaboración y ajuste de los algoritmos para la simulación matemática de los procesos de mezcla de soluciones electrolíticas fuertes (disolución, precipitación y otros) en acuíferos someros costeros altamente salinizados, que se apoyaron también en experimentos de banco con mezclas de aguas reales. Así, ya en 2014, la metodología básica se inscribió en el Centro Nacional de Derecho de Autor de la República de Cuba (Registro 1439-05-2014).

El ajuste sistemático para definir la factibilidad ambiental de la solución propuesta se desarrolló en paralelo, contando con la buena disposición de operadores de petróleo en Cuba. Por razones basadas en los acuerdos de confidencialidad con los clientes, mucha de esta información permanece inédita, pero puede mencionarse que ya en 2001 fue presentado como una aproximación a la solución de la inyección de aguas de capa en el Yacimiento Boca de Jaruco; en 2004 fue identificada la inyección somera como una alternativa ingeniera a la construcción de un emisario submarino en el Yacimiento Canasí (Fig 3) pero, la propia disposición en el mar, permitió evaluar la validez del método en cuerpos abiertos de salinidad elevada, superior a la de los acuíferos hasta ese momento evaluados. Al año siguiente, fue considerada como opción en el Yacimiento Puerto Escondido (Fig. 4) para la solución de un conflicto de uso de agua y luego, en 2007, como una elección independiente para disponer aguas de capa en ese yacimiento.

En 2009-2010, la Inyección Somera en la acepción de nuestra metodología, se incluyó en las iniciativas de la agencia reguladora ambiental, el Centro de Inspección y Control Ambiental de la República de Cuba, como un recurso ingeniero a ser considerado en la preparación de la documentación de las solicitudes de licencia ambiental de algunos yacimientos en el tema de la disposición final de las aguas producidas, por lo que ya, en 2013, la oficina reguladora fue consultada sobre las eventuales restricciones que se impondrían a la inyección de aguas de capa tratadas en acuíferos cársicos someros costeros salinizados, básicamente para resolver un problema de la inundación de los pozos de algunos yacimientos. Para la fecha, y en un proyecto específico de inyección somera, se dispuso por primera vez de los umbrales de sensibilidad ambiental de ciertos constituyentes físico y químicos de las aguas de capa tratadas para aprobar la inyección somera. El órgano rector de la exploración gasopetrolífera en Cuba, CUPET, también emitió su Visto Bueno para emprender los estudios de Factibilidad Ambiental de la Inyección Somera –como se conoce el método en Cuba–.

Desde entonces, a través de la consultora ambiental cubana INVERSIONES GAMMA, S.A. se han continuado estudios exitosos con este fin. La extensión del método a yacimientos costeros en algunos yacimientos análogos con necesidades semejantes de la Cuenca del Caribe está siendo considerada actualmente.



Fig. 3. Karst litoral en el Yacimiento Canasí



Fig. 4. Sección occidental del karst en el Yacimiento Puerto Escondido. Los lóbulos en primer plano son las caletas que constituyen los techos desplomados de antiguas cavidades emisivas, hoy parcialmente desmanteladas. La más oriental (izquierda) corresponde a la cueva de Los pájaros, una antigua cavidad emisiva hoy afectada por procsos abracivos. Foto aérea cortesía de Juan Carlos Ocaña.

### ESTUDIOS DE FACTIBILIDAD

Para la aplicación segura del método se requieren estudios específicos de Factibilidad Ambiental y, por supuesto, económica.

El objetivo de los estudios de factibilidad es definir la **aceptabilidad ambiental** del acuífero somero litoral salinizado en sectores específicos de los yacimientos para recibir las aguas producidas tratadas inyectadas con presión nula o despreciable. La aceptabilidad ambiental de un acuífero se precisa como la capacidad del sistema hidrológico natural para asimilar –mediante mezcla o dilución– aguas externas con determinada composición física y química, de manera que los compuestos resultantes no alteren la organización y dinámica del sistema de flujo en términos de la

estructura del campo de propiedades físicas del acuífero, las propiedades físicas, químicas y mecánicas de las aguas que afecten el flujo natural, el intercambio entre diferentes sistemas de flujo y otras masas de agua ni la biota asociada al ecosistema.

Los estudios de factibilidad tienen rasgos comunes. Los específicos se identifican caso a caso y viene definidos por las particularidades de cada yacimiento.

En general, estos estudios de factibilidad tienen que resolver un conjunto de problemas básicos relacionados con a) la identificación y cuantificación de la compatibilidad entre las aguas producidas a inyectar y los fluidos del horizonte receptor; b) entre las aguas producidas a inyectar y la litología de las zonas de inyección y los sellos o capas confinantes; c) la capacidad calorífica del agua producida a inyectar y la del acuífero; d) las propiedades agresivas o incrustantes de la mezcla de agua resultante; e) la capacidad del horizonte acuífero para asimilar los caudales y la carga química de las aguas producidas a inyectar; f) la identificación de un tiempo de tránsito aceptable para las aguas de mezcla que garantice la protección que fijen las regulaciones ambientales; y g) por supuesto, que las mezclas resultantes cumplan las regulaciones ambientales válidas o que se emitan para el caso concreto de la inyección somera.

Los rasgos comunes de los estudios de Factibilidad Ambiental para la Inyección Somera tienen en común o siguiente:

- Exploración y documentación hidrogeológica detallada del área prospectiva.
- Selección del emplazamiento de las calas de exploración
- Perforación y documentación geológica e hidrogeológica de las calas de exploración.
- Ensayos hidrogeológicos en las calas de prueba de alguno de estos tipos:
- Muestreo hidrogeoquímico y de calidad de las aguas:
  - Determinación de indicadores físicos *"in situ"*
  - Determinación de macroconstituyentes y nutrientes.
  - Determinación de metales pesados totales y disueltos.
  - Determinación de hidrocarburos.
  - Determinación del nivel de fondo de isótopos radioactivos y ambientales.
- Cálculo de las capacidades de absorción de los pozos, las relaciones de interferencia, radios de influencia de los conos de impresión.
- Modelación matemática de los procesos de transporte de masa y de calor y del tiempo de tránsito de las aguas.
- Diseño del régimen de recarga inducida.
- Identificación de las medidas de control de la calidad de las aguas subterráneas salinizadas.
- Diseño de los pozos definitivos de inyección y del sistema de monitoreo (que no se cotiza en este suplemento)

Entre los parámetros de diseño, además de la profundidad de los pozos y la distribución de anillos, filtros, camisas ciegas y otro tipo de entubado, así como la cementación y los colchones eventuales de grava, tenemos los siguientes:

- Máxima tasa de inyección.
- Máxima presión prevista de inyección.
- Temperatura de inyección del fluido.

- Composición físico química y propiedades termo hidrodinámicas del fluido de inyección.
- Volúmenes de inyección.

Además, es necesario velar por conservar dentro de los límites aceptables, los siguientes temas que también hay que estudiar a partir de la data hidrogeológica:

- La corrosión que puede producir el fluido a inyectar.
- La reducción del colapso de las camisas debido a la tensión y compresión.
- La eficiencia de los sellos respecto a los efectos de expansión y contracción del entubado debido al eventual ciclo térmico que pudiera estar involucrado.
- La fracturación hidráulica de la capa confinante, que depende de la presión ejercida por el líquido de inyección.
- El radio de influencia del volumen inyectado.

### **ESTRUCTURA DEL ALGORITMO GENERAL**

Los problemas de compatibilidad de las aguas son de tipo hidrodinámico y geoquímico y consideran los temas siguientes:

- Rango de compatibilidad entre las aguas producidas y las aguas subterráneas).
- Compatibilidad de la mezcla agua producida/agua subterránea y la litología de la formación receptora.
- Compatibilidad de la mezcla agua producida/agua subterránea y los sellos/barreras de la formación receptora.
- Capacidad calorífica de la formación acuífera y sus componentes (poros, grietas, cavernas).
- Concentración de hidrocarburos (y todo tipo de Líquidos de Fase No Acuosa – LFNA-) y de la distribución de particulados y sólidos en suspensión.
- Actividad de los NORM (Naturally-Occurring Radioactive Materials).
- Tiempo de tránsito de las aguas subterráneas y de la mezcla agua producida/agua subterránea
- Propiedades geoquímicas específicas de las aguas:
  - Incrustación/Precipitación
  - Microelementos tóxicos
  - Corrosión
  - Propiedades físicas del acuífero.
  - Problemas ambientales & necesidades de tratamiento de las aguas.

El algoritmo general que se presenta está orientado a la resolución de los problemas más complejos relacionados con la interacción agua roca y la organización del flujo polifásico gobernado por la diferencia de densidad de las fases líquidas, como son:

1. La capacidad de asimilación de las aguas producidas y de la mezcla.
2. Reactabilidad y efecto de mezcla en acuíferos cársicos
3. Definición de la longitud de mezcla
4. Transporte de calor

### **ORGANIZACIÓN DEL FLUJO EN ACUÍFEROS CÁRSICOS**

La circulación del agua que producen la carsificación y el cavernamiento desde las zonas de recarga a las de descarga es un proceso de transporte y transferencia de masa, momento y energía que tiene lugar bajo condiciones de cambio de presión o

carga en un medio heterogéneo<sup>1</sup>, de geometría variable debido a la interacción de diferentes espacios (matriz, poros, fracturas y cavernas), con anisotropía tridimensional progresiva, de porosidad-permeabilidad múltiple, a veces en presencia de diferentes fases donde, incluso, la densidad y la viscosidad pueden ser independientes de las coordenadas espaciales. La circulación se describe mediante la ecuación de transporte advectivo-difusivo, en un esquema fundamentalmente Euleriano pero que, bajo condiciones de forcing por mareas puede transformarse en Lagrangiano, acompañado de reacciones químicas e intercambio térmico bajo determinadas condiciones iniciales y de contorno. El indicador representativo de la facilidad del movimiento de los fluidos es la conductividad hidráulica  $K$  que, aunque tiene las dimensiones de velocidad, en realidad representa el flujo específico que ocurre bajo un gradiente hidráulico (de presión, térmico) unitario.

Esta conceptualización abarcadora comprende la absoluta mayoría de los procesos que tienen lugar, aunque hace sumamente compleja la derivación y la solución del sistema de ecuaciones que describen el proceso en el dominio de flujo y el tiempo, ante la falta de simultaneidad de las acciones y reacciones físicas y químicas.

De acuerdo con lo anteriormente descrito, el sistema de flujo general se plantea del modo siguiente, sustituyendo la ecuación de Darcy en la ecuación de conservación de masa líquida (Laplace), donde  $h$  es la carga hidráulica,  $\mathbf{K}$  la conductividad hidráulica y  $\mathbf{S}$  el almacenamiento ( $\mathbf{S}_s$  el almacenamiento específico):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - S$$

Y para  $\mathbf{K}$  independiente de la dirección; es decir en medio isotrópico (Echeverri, 1998):

$$K_{xy} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + 2K_{xy} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} = S_s \frac{\partial h}{\partial t} = -S$$

Para medio anisotrópico (Tóth, 2009):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

Para un medio isotrópico ( $\mathbf{K}_x=\mathbf{K}_y=\mathbf{K}_z$ ) y homogéneo  $\mathbf{K}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z})=\text{constante}$ , en régimen permanente se obtiene nuevamente la Ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \nabla^2 h = \text{div grad } h = 0$$

<sup>1</sup> En cualquier punto del acuífero, la anisotropía representa la variación de la conductividad hidráulica con la dirección y se diferencia de la heterogeneidad que se refiere a la variación de un punto a otro. La mayor parte de los acuíferos en rocas fracturadas son anisotrópicos y heterogéneos y a veces es muy difícil distinguir esas propiedades y, en algunos acuíferos cársicos se combinan de tal manera caótica que no es significativo intentar distinguirlos (Palmer, 1999).

Y, nuevamente siguiendo a Tóth (2009), para **flujo no permanente o transitorio** la suma de los ingresos y las salidas del volumen de control no son necesariamente iguales a cero debido a que el dominio receptor es capaz de almacenar o entregar fluido debido a la compresibilidad de la roca y el agua. En este caso, el flujo es controlado por la ecuación de difusión; esto es:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial z^2} = \nabla^2 h = \frac{\partial h S_0}{\partial t K}$$

Para **fluidos con densidad y viscosidad uniforme**, la ecuación diferencial de flujo en términos de carga **h**, se escribe del modo siguiente (Zheng y Bennett, 1995):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) \pm q_s = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

Donde **q<sub>s</sub>** es el **término fuente o sumidero** (según el signo) que representa la tasa volumétrica a la cual el agua es añadida o removida del sistema por unidad de volumen del acuífero. En rigor, **S<sub>s</sub>** –almacenamiento específico– es el volumen de agua removido del almacenamiento en una unidad de volumen del acuífero por unidad de pérdida de carga, asumiendo que el acuífero está caracterizado por tres direcciones ortogonales de la conductividad hidráulica alineadas con los ejes de coordenadas principales.

Pero para el caso en que la viscosidad y la densidad no son uniformes, la ecuación de flujo debe formularse en términos de presión, en cuyo caso las tres direcciones principales se mantienen con la convención de que el eje **z** está alineado con la vertical.

La simplificación más cómoda del problema consiste en asumir que las variaciones espaciales de la densidad se deben básicamente a cambios en la concentración de soluto y que las variaciones espaciales en la masa del agua pura por unidad de volumen debidas a diferencias de presión son comparativamente despreciables. Finalmente (Zheng y Bennett, 1995), siendo **z** la dirección vertical tomada positiva hacia arriba y **S<sub>sp</sub>** el almacenamiento específico en términos de presión (o el volumen de agua liberado del almacenamiento en una unidad de volumen en respuesta a una pérdida unitaria de presión), la ecuación de flujo puede escribirse como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k_z}{\mu} \left( \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \right) \right] \pm q_s = S_{sp} \frac{\partial P}{\partial t}$$

En este punto es necesario precisar que la conductividad hidráulica **K**, o la permeabilidad intrínseca **k**, son tensores de segundo orden. Si las componentes principales de **K** o **k** no están alineadas con los ejes verticales y horizontales, las componentes de velocidad en cada dirección son una función de la carga o la presión en las tres direcciones y no únicamente de la dirección de la componente de velocidad (Zheng y Bennett, 1995:9). **K<sub>xx</sub>**, **K<sub>yy</sub>**, y **K<sub>zz</sub>** son las componentes principales del tensor de conductividad hidráulica, en tanto **K<sub>xy</sub>**, **K<sub>xz</sub>** y **K<sub>yz</sub>** son los términos cruzados del tensor

**K**<sup>2</sup>. Del mismo modo debe recordarse (Kóvacs et al., 1972:5) “*que las aguas subterráneas son uno de los sistemas naturales –y quizás el más importante– en el que la cantidad de recursos disponibles está fundamentalmente influenciada por el almacenamiento*”.

La transmisión de los cambios de presión no suele ser fuerte como los procesos difusivos, pero pueden desarrollarse entre el fluido, la grieta, los poros y la matriz, y pueden conducir, a una importante heterogeneidad del medio (Tsang, 1993). La difusión térmica, por su parte, es un proceso difusivo muy fuerte que involucra tanto al fluido en las fracturas como a las componentes sólidas del medio.

Pero como en el karst la carsificación y cavernamiento comprenden un complejo de reacciones químicas, geoquímicas y bioquímicas a lo largo de las líneas de flujo (incluidas las que tienen lugar en puntos fijos del sistema, como en el desarrollo de espeleotemas, por ejemplo) la descripción completa del proceso –conceptualmente un sistema de procesos químicos–, debe considerar que la composición del agua (y la calidad, en lo que concierne a la solución de problemas ingenieros) en cualquier punto viene condicionada por una secuencia de reacciones y mezclas que han tenido lugar a lo largo de la línea de flujo que conduce al punto de observación.

Las reacciones químicas que afectan el transporte de soluto son de dos tipos como ha definido Rubin (1983; véase también Zheng y Bennett, 1995): a saber, a) aquellas que tienen lugar suficientemente rápido y son reversibles, de manera que puede asumirse el equilibrio local y b) aquellas que pueden considerarse irreversibles, en las que la presunción de equilibrio local no es correcta. Ambos grupos de reacciones se tipifican como **homogéneas** cuando involucran una sola fase y **heterogéneas** cuando aparece más de una (como en los yacimientos gasopetrolíferos carbonatados o con fluidos de densidad variable, como en el caso de los ecotonos costeros y los intercambios de carsificación/cavernamiento en los litorales marinos).

El caso de **reacciones heterogéneas** es muy complejo e involucra una serie de reacciones particulares, como las de sorción e intercambio iónico, precipitación/disolución, oxidación reducción y acomplejamiento. Las tasas de disolución cobran una importancia suprema y ello depende de cuándo el sistema se puede considerar abierto o cerrado. El tiempo necesario para ampliar los poros o las fracturas en diferentes puntos del sistema y a lo largo de una o varias líneas de flujo es crucial y viene determinado por la distancia que puede recorrer un agua agresiva a la calcita antes de alcanzar la saturación; del mismo modo, cuál puede ser la longitud de mezcla en un entorno determinado tanto para que la mezcla se sature o se insature y se torne agresiva nuevamente. Dos variables fundamentales predefinen esta distancia de penetración: a) la velocidad del flujo y b) la cinética de la disolución (Dreybrodt 1988). Además de éste, otros autores han estudiado la velocidad de estas reacciones; sobre todo Bögli (1960, 1980), Jennings (1971), Sweeting (1973). Una buena síntesis se encuentra en Mateo (1981).

---

<sup>2</sup> En aplicaciones prácticas se asume generalmente que las componentes del tensor de conductividad hidráulica pueden alinearse con los ejes de coordenadas vertical y horizontal, de manera que los términos cruzados de  $K$  se anulan y se hacen cero (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968; Zheng y Bennett, 1995).

El efecto de las reacciones químicas se considera en la ecuación de advección-dispersión incorporando un término fuente/sumidero que, en rigor, debe ser formulado para cada especie química o componente de interés y sumado a la ecuación general de flujo (suelen separarse mediante subíndices) y, de manera general, se expresa como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i C) + \frac{q_s}{\theta} C_s + \sum_{k=1}^N R_k$$

Donde  $\sum_{k=1}^N R_k$  es el término que representa las **fuentes/sumideros**; es decir, la tasa de cambio en la masa de soluto de una especie química particular debida a N reacciones químicas. C es la concentración de la especie química particularmente considerada. Las reacciones químicas, geoquímicas y biogeoquímicas son especialmente sensibles a la heterogeneidad del medio.

Un grupo de fenómenos puede afectar la distribución del transporte de soluto en el medio acuífero (Bear y Cheng, 2010): el flujo multifásico, la exclusión iónica, la dispersión no fickiana y la exclusión por tamaño. Entre los procesos físicos importantes debe considerarse, además, la lubricación de los límites de las discontinuidades y la modificación, en tiempo y espacio, de la presión de poros. Entre aquellos químicos adicionales se encuentran las alternancias de disolución-precipitación a lo largo del recorrido, hidratación, hidrólisis, intercambio de bases, reducción de sulfatos, concentración de los sólidos totales disueltos y ultrafiltración (Tóth, 2009). Esto último nos lleva a considerar las funciones de transferencia de fluido en los medios que participan (Carnahan, 1976; March y Molerio, 1987; Molerio, 2013a, 2013b).

La difusión bidimensional en medio anisotrópico y régimen no permanente, es:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = K_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

El transporte de soluto puede escribirse del modo siguiente:

$$D\nabla^2 c - Vgradc = \frac{\partial c}{\partial t}$$

La longitud de saturación:

$$L = 0,304 \frac{d^2}{D}$$

La función de disipación de energía:

$$\Phi = J'q\nabla \ln T - Jv(\nabla p + \rho g \nabla z) \sum_{i=1}^{n-1} j_i \nabla \mu_i^c I \cdot E + \sum_m RmAm$$

Las ecuaciones fenomenológicas son las siguientes:

Para el transporte de calor:

$$J'q = -L_{qq} \nabla \ln TL_{qV} (\nabla p + \rho g \nabla z) - \sum_{i=1}^{n-1} L_{qi} \nabla \mu_i^c + L_{qE} E$$

Para el transporte de la fase líquida:

$$J_i = -L_{iq} \nabla \ln TL_{iV} (\nabla p + \rho g \nabla z) - \sum_{i=1}^{n1} L_{iK} \nabla \mu_i^c L_{iE} E$$

Para la difusión:

$$J_V = L_{Vq} \nabla \ln TL_{VV} (p + \rho g \nabla z) - \sum_{i=1}^{n-1} L_{Vi} \nabla \mu_i^c L_{VE} E$$

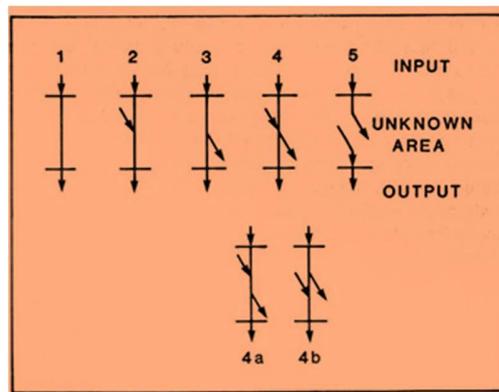
Para las reacciones químicas:

$$Rs = \sum_{m=1}^r L_{Sm} A_m$$

La difusión de soluto en la matriz retarda la respuesta impulsional del sistema de flujo en fracturas y suaviza considerablemente el máximo de caudal (o de velocidad), como ha señalado Neretnieks (1993). Tomar en cuenta este fenómeno implica conocer el gradiente de concentración en la matriz, la difusividad efectiva en la matriz y la relación área-volumen de la superficie de la fractura en contacto con el agua en movimiento respecto al volumen de agua móvil en la roca. Estas son las variables que Neretnieks, en su momento, añadió a la ecuación general de advección-dispersión.

Otro aspecto a considerar es el crecimiento tridimensional de las vías de circulación (poros, fracturas, planos de estratificación) y el cambio de régimen de circulación.

El desarrollo de los procesos de transporte de masa, momento y energía se expresa en los esquemas generales de la Fig. 5. El caso ideal de equilibrio con aportes y pérdidas iguales es el caso teórico de fuentes y sumideros de la misma intensidad y cuya solución es la siguiente.



**Fig. 5. Modelos teóricos de aportes y pérdidas a la corriente principal, línea singular de flujo. Las saetas de entrada representan los términos Fuente y las de salida, los términos Sumidero. Tipos de sistemas de flujo en el karst (según Brown y Wigley, 1969): 1) Entrada y salidas únicas; 2) Entrada lateral desconocida; 3) Salidas laterales desconocidas; 4) Entradas y salidas adicionales desconocidas; 5) Entrada y Salida desconocida.**

Estos aspectos deben ser considerados oportunamente al momento de formular el modelo de flujo adecuado. Estableciendo las condiciones iniciales y de borde apropiadas, las ecuaciones anteriores pueden resolverse de manera analítica, numérica o analógica. Para la solución completa de la ecuación de almacenamiento, puede consultarse a Barends (1978).

### ***Transporte de masas en sistemas multifásicos no isotérmicos con densidad variable***

El algoritmo para los procesos de transporte que ocurren como consecuencia de la inyección somera describe matemáticamente un modelo poroso heterogéneo, en el que actúan hasta cuatro espacios interrelacionados (matriz sólida, poros, grietas y cavernas) y anisotrópico (Molerio, 1985a, 1985b; March y Molerio, 1987), no deformable, de flujo en sistemas multifásicos –básicamente considerado como trifásico–: 1) gas, 2) líquidos de fase acuosa (LFA) con densidad variable debido a las diferencias de mineralización y temperatura (condiciones no isotérmicas) y 3) líquidos de fase no acuosa (LNAPL), descendente vertical, en zona saturada –sin interacción con la zona no saturada ni eventualmente el epikarst– con un término sumidero y sin presión; esto es, de flujo gravitacional.

En este caso, además del sistema de ecuaciones que gobiernan el flujo del fluido se requiere una ecuación que describa el transporte de energía –al tratarse de un sistema no-isotérmico y, además, un grupo de ecuaciones que describan la deformación de la matriz del medio poroso.

Para el **caso de los derrames en superficie de aguas producidas**, el modelo se resuelve para un flujo en dos fases: acuosa de alta mineralización (densidad) y alta temperatura y para la **fuga en profundidad de aguas producidas** (injection spill) desde pozos de inyección, es también trifásico con densidad variable pero ascendente, con presión y un término fuente. Todo ello en un medio poroso que se considera básicamente anisotrópico y heterogéneo.

Las diferencias en cuanto a la escala de tiempo son también especialmente importantes y en el modelo que aquí se presenta se considera la inyección somera como un sistema de flujo constante, régimen permanente. Los otros dos casos pueden conceptualizarse como de flujo transitorio (no permanente).

En esencia, se requiere de conceptualizar físicamente y describir matemáticamente (Bear y Bachmat, 1990; Bear y Cheng, 2010) un grupo de procesos y relaciones en el dominio de flujo, incluyendo las propiedades físicas y a estructura del campo de propiedades físicas (homogeneidad, anisotropía, deformabilidad) que describen el medio:

- La dependencia respecto a la temperatura de las variables de estado y las propiedades de las diferentes fases y componentes de los fluidos involucrados (con presión y concentración constante o no)
- La posibilidad de que la matriz sólida experimente expansión térmica
- La posibilidad de que se produzcan cambios de fase
- La eventualidad de que se produzcan reacciones químicas endotérmicas o exotérmicas
- El modo que las condiciones no isotérmicas influyen en el fluido y en la matriz sólida

- Los flujos advectivos provocados por los efectos de la temperatura sobre la tensión superficial
- Flujos conductivos debidos a procesos de acoplamiento
- Desprendimiento de calor por el humedecimiento en un sistema líquido-gas
- Las propiedades físicas de los fluidos que intervienen (viscosidad, densidad, compresibilidad presencia y tipo de solutos)
- Los procesos químicos, físicos y biológicos que tienen lugar en el dominio de flujo y el modo en que las condiciones no isotérmicas influyen en ellos
- El régimen de flujo (lineal, no lineal) en el dominio
- La naturaleza de las condiciones iniciales y de frontera
- El modo que se asumirán las fronteras entre los límites fluido-fluido
- La definición de las variables de estado y su representatividad en el dominio de flujo sobre el cual serán promediadas
- La presencia de fuentes y sumideros y contaminantes en el dominio, su naturaleza, reactividad, permanencia, distribución espacial y variación temporal

Para flujo advectivo saturado, la transferencia de momento para dos fluidos inmiscibles (con interface definida), se expresa como (Bear y Buchlin, 1991):

$$\begin{aligned} [\rho V_i^m (V_j^m - u_j) - \sigma_{ij}]_{n,w} \nu_j &= \left( \frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} \right) \gamma_{wn} \nu_i + \frac{\partial \gamma_{wn}}{\partial x_i} \\ &= \frac{2}{r^*} \gamma_{wn} \nu_i + \frac{\partial \gamma_{wn}}{\partial x_i}, \end{aligned}$$

### ***Hidrodinámica del karst según un modelo de interacción entre medios continuos múltiples: ecuaciones de intercambio***

En 1960, Barenblatt, Zheltov y Kochina introdujeron el concepto de doble porosidad (Fig. 6) para describir, en un medio agrietado saturado, el fenómeno de intercambio de fluido que ocurre entre las grietas y la matriz rocosa sólida. Debido al carácter dual del almacenamiento, definido por la porosidad efectiva de ambos medios, tal modelo recibió la denominación de "doble porosidad" (MDP). Según estos autores, el siguiente sistema de ecuaciones permitiría describir el movimiento del fluido separadamente para la red de grietas y para el volumen de bloques:

$$K_g \Delta H_g = (\beta_{cg} + m_g \beta) \frac{\partial H_g}{\partial t} - \alpha (H_b - H_g)$$

$$K_b \Delta H_b = (\beta_{cb} + m_b \beta) \frac{\partial H_b}{\partial t} - \alpha (H_b - H_g)$$

donde los subíndices b y g se refieren, respectivamente, al bloque y a la grieta; K es la conductividad hidráulica; m, el coeficiente de almacenamiento;  $\beta$ , la compresibilidad del agua;  $H$ , la carga hidráulica;  $\beta_{cg}$  y  $\beta_{cb}$  las compresibilidades de la grieta y el bloque respectivamente;  $\Delta$ , el Operador Laplaciano, y  $\alpha$ , un coeficiente que puede definirse como:

$$\alpha = K_b \sigma \frac{K_b}{l^2}$$

siendo  $\sigma$ , la superficie específica de las grietas y  $l$ , las dimensiones del bloque.

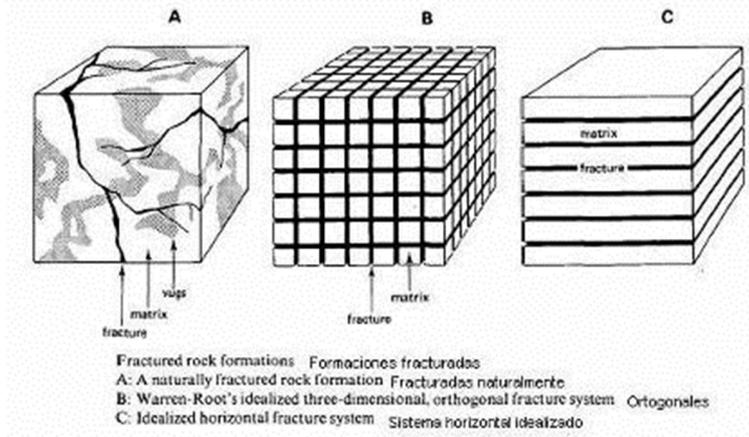


Fig. 6. Esquema de doble porosidad.

Según estos autores,

$$\begin{aligned} m_g &>> m_b \\ K_g &>> K_b \\ m_g &\approx K_b \approx 0 \end{aligned}$$

de manera que,

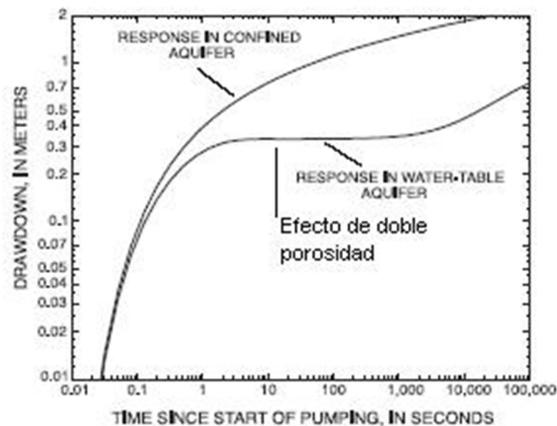
$$\frac{\partial H_g}{\partial t} - \eta \frac{\partial(\Delta H_g)}{\partial t} = a \Delta H_g$$

$$a = \frac{K_g}{(\beta_{cb} + \eta_b \beta)}$$

y,

$$\eta = \frac{K_g}{\alpha} \approx \frac{K_g}{K_b} l^2$$

Años antes, N.S. Boulton explicaba las anomalías respecto a la curva tipo  $s = f(\log t)$  de Theis (1935) que se presentaba en algunas pruebas de bombeo, suponiéndolas debidas a un fenómeno de retardo de fluido provocado por una determinada estructura del medio acuífero. Este fenómeno, denominado de "drenaje diferido" (delayed yield), conocido también como "Efecto Boulton" (Borevskii, et al., 1982) es, en esencia, el comportamiento que caracteriza un medio de doble porosidad y se esquematiza en la Fig. 7.



**Fig. 7. Efecto de doble porosidad (tomado de Barlow & Moench, 1995, ligeramente modificado para resaltar el efecto de drenaje diferido debido a la doble porosidad)**

En los siguientes trabajos de Boulton, ya en colaboración con T. Streltsova (Boulton & Streltsova, 1977a, 1977b; Streltsova-Adams, 1976a, 1976b), aunque la base conceptual del MDP estaba implícita, no fue explícitamente considerada hasta la segunda mitad de la década del 70 y en algunos trabajos de esta autora (Streltsova-Adams, 1976a, 1976b). Herrera y Chen (1983) trabajaron detalladamente el modelo de Boulton para desarrollar una aproximación tridimensional de la solución del transporte en acuíferos libres. Más recientemente Jeffrey et al. (1995) examinaron un caso de perímetros de protección en acuíferos en régimen no permanente.

No pocos autores se han basado en el MDP como vía para la explicación, en acuíferos anisotrópicos, heterogéneos y discontinuos, de fenómenos de transporte, dispersión y difusión (Bibby, 1981; Huyakorn et al., 1983a, 1983b), del movimiento de fluido hacia obras de toma (Warren & Root, 1963), además de los mencionados de Boulton y Streltsova- combinándolos con detallados análisis teóricos del problema, a veces desde posiciones bastante controvertidas (Duguid & Lee, 1977, Moench, 1984, Narasimhan, 1982).

En todos estos casos, el análisis se restringe a flujo en la zona saturada. En la literatura consultada no hemos encontrado referencias de aplicaciones del MDP a flujo no saturado o alternativamente saturado-no saturado, como el que ocurre en las zonas de epikarst, de aireación o de fluctuación estacional de las aguas subterráneas. La aplicación del MDP como explicación de fenómenos hidrodinámicos en acuíferos cársicos es también bastante limitada. Bibby (1981) adoptó este modelo para explicar fenómenos de intrusión de aguas marinas en Inglaterra y March (1984) lo tomó como alternativa de análisis en el comportamiento hidrodinámico de los acuíferos cársicos de llanuras de Cuba, caracterizados por una peculiar anisotropía tridimensional progresiva, heterogeneidad, y discontinuidad.

Mucho se ha discutido si el efecto de doble porosidad es una propiedad de los acuíferos anisotrópicos o si, en cambio, es un efecto que se produce bajo determinadas condiciones cuyo mecanismo no está perfectamente claro. Es decir, si se trata de una respuesta aleatoria o, por el contrario, es una componente del sistema. Efectivamente,

en pozos sometidos a bombeo, una respuesta del tipo de la Fig. 7 que pueda referirse a un fenómeno de doble porosidad no siempre aparece. Sin embargo, en numerosos casos puede suponerse que ciertas deficiencias del ensayo o algunas particularidades del acuífero pueden enmascarar el fenómeno.

Por tal motivo, partiendo del modelo conceptual que supone el karst dispuesto en una cierta jerarquización del espacio al que corresponden determinados dominios de flujo a los que son inherentes estructuras particulares del campo de propiedades físicas (Molerio, 1985a) y apoyados en la singularidad del karst de que la actividad hidrodinámica que en él tiene lugar ocasiona el desarrollo de procesos morfodinámicos, es decir, que origina formas de relieve que, a su vez, afectan el subsiguiente proceso hidrodinámico, la doble porosidad es una propiedad de intercambio de energía y materia entre dos medios continuos cualesquiera del espacio cársico debía, de algún modo, manifestarse en el relieve superficial o subterráneo de estas comarcas. Si conjuntos de formas pudieran explicarse desde este punto de vista ello, sin dudas, constituiría una fuerte evidencia de la validez teórica de un modelo hidrodinámico de interacción entre medios continuos. Si, además, como todo parece indicar, el karst puede tratarse como un medio en que interactúan múltiples espacios continuos en sí mismos, podría vislumbrarse toda una explicación física y matemática de la hidrodinámica cársica teniendo en cuenta los propios modelos naturales que ofrecen los peculiares relieves de estos territorios.

La compresibilidad del agua es una función de la presión, temperatura y grado de saturación respecto a los materiales disueltos en ella. Asumiendo flujo isotérmico y composición constante, el coeficiente de compresibilidad del agua  $\beta$  puede describirse por ecuaciones de estado del tipo:

$$\beta = -\frac{\left(\frac{\Delta V}{V_o}\right)}{\sigma}$$

Donde,

$$\frac{\Delta V}{V_o}$$

es el cambio de volumen por volumen inicial y  $\sigma$  es el incremento de presión, definido por:

$$\sigma = p - p_o$$

Donde  $p$  es la presión total y  $p_o$ , la presión inicial. Suponiendo que la dilatación es pequeña,  $\beta$  puede expresarse como:

$$\rho = \rho_o \exp \beta \sigma$$

siendo  $\rho$  y  $\rho_o$  las densidades total e inicial del fluido.

El volumen total de un medio cársico (MC) es,

$$V = V_c + V_g + V_p + V_s$$

en que los subíndices c, g, p, y s, se refieren, respectivamente, a las cavernas, grietas, poros y al sólido. En un medio agrietado no cársico (MA), V puede expresarse como:

$$V = V_g + V_p + V_s$$

Y, de acuerdo con la definición de porosidad (9), esta puede definirse para cada una de las componentes del medio ( $\phi$ ). Es decir,

- para MC:

$$\phi_c = \frac{V_c}{V}$$

$$\phi_g = \frac{V_g}{V}$$

$$\phi_p = \frac{V_p}{V}$$

$$\phi_s = \frac{V_s}{V}$$

y para un MA según (12). En consecuencia, para la porosidad de cualquier componente n del espacio total (cavernas, grietas, poros, matriz sólida) puede obtenerse una derivada con respecto al tiempo que se expresa como:

$$\frac{d\phi_n}{dt} = \frac{1}{V} \left( \frac{dV_n}{dt} - \phi_n \frac{dV}{dt} \right)$$

de este modo, suponiendo el sólido incompresible y sustituyendo adecuadamente la derivada de volumen (10) con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{dV_n}{dt} = \frac{1}{V} \left[ (1 - \phi_n) \frac{dV_n}{dt} - \phi_n \frac{dV_n}{dt} \right]$$

que para un MA equivale a:

$$\frac{d\phi_p}{dt} = \frac{1}{V} \left[ (1 - \phi_p) \frac{dV_p}{dt} - \phi_p \frac{dV_g}{dt} \right]$$

Y, de acuerdo con lo anterior puede plantearse que,

$$-\beta V \phi_p \frac{d\sigma_p}{dt} = \frac{dV_p}{dt}$$

$$-\beta V \phi_g \frac{d\sigma_g}{dt} = \frac{dV_g}{dt}$$

$$-\beta V \phi_c \frac{d\sigma_c}{dt} = \frac{dV_c}{dt}$$

Procediendo para un MA, para los poros, el cambio de porosidad con el tiempo es:

$$\frac{d\phi_p}{dt} = \phi_p \phi_g \beta \frac{d\sigma_g}{dt} - (1 - \phi_p) \phi_p \beta \frac{d\sigma_p}{dt}$$

para las grietas,

$$\frac{d\phi_g}{dt} = \phi_p \phi_g \beta \frac{d\sigma_p}{dt} - (1 - \phi_g) \phi_g \beta \frac{d\sigma_g}{dt}$$

### ***Física de la doble porosidad***

Conviene enfocar con cierto detalle la física del fenómeno de la doble porosidad a partir de un análisis riguroso, de manera que permita descubrir su significado hidrodinámico y, además, revelar ciertas limitaciones que han impedido su generalización, sobre todo, en lo tocante a la continuidad de las propiedades físicas de los campos duales y, en este sentido, a las restricciones que la hipótesis del medio continuo impone a ciertos postulados derivados de los teoremas de anisotropía de Maasland (1957).

Hemos señalado que no pocos autores se han ocupado de derivar las ecuaciones que describen la hidrodinámica del modelo de doble porosidad. Los primeros trabajos que siguieron a Barenblatt et al. (1960) fueron los de Warren & Root (1963) y Odeh (1965). Con posterioridad, entre otros, Duguid & Lee (1977) arribaron a una ecuación similar a la de Barenblatt y sus colaboradores aunque sin justificar la base teórica de estos; Huyakorn et al. (1983a, 1983b) lograron derivar las ecuaciones para el término de transferencia de fluido bajo diferentes condiciones de contorno del régimen de flujo y Narasimhan (1982) demostró que el MDP no era más que un caso particular de interacción de dos medios continuos cualesquiera. Esta última aproximación, por sus evidentes ventajas y mayor rigor, ha sido adoptada por los autores en este análisis y en algunos trabajos precedentes March, 1984, Molerio, 1984a, 1984b, 1985a, 1985b).

Las deducciones de Barenblatt et al. fueron obtenidas y aplicadas en la industria de extracción de petróleo. Fue precisamente en este campo donde, a principios de 1940 comenzaron a desarrollarse los estudios de flujo en medios porosos agrietados cuya importancia creció sostenidamente al determinarse que la capacidad de producción de los pozos de petróleo aumentaba al incrementarse artificialmente el agrietamiento del

medio, técnicas que, con no poca frecuencia, se aplican en aguas subterráneas con similares objetivos.

En las rocas consolidadas (fase sólida) se encuentran, comúnmente, dos tipos de aberturas, discontinuidades, en todo caso, de espacios vacíos que pueden, permanente o alternativamente, estar ocupados por aire o agua; es decir, por una fase gaseosa o una líquida, o ambas.

Estos espacios vacíos, poros en sentido amplio, cuyas dimensiones son en extremo variables, son el resultado de los complejos procesos de deposición (sedimentación), litificación (diagénesis) y de los esfuerzos tectónicos y térmicos que actuaron sobre el sistema en el curso de su evolución geológica. En el caso particular de las rocas carbonatadas carsificadas, un tercer tipo de espacio vacío, con las mismas características fundamentales de los restantes, se incorpora al conjunto, pero, en este caso, como consecuencia de subsecuentes procesos de erosión, disolución, transporte y deposición de los residuos de la carsificación. En resumen, los mencionados espacios pueden definirse, en términos de sus mutuas relaciones de equivalencia, del modo en que se presentan en la Tabla 1 (Molerio, 1985a, 1985b).

Una conclusión importante frecuentemente no tomada en cuenta en su real dimensión puede derivarse de la Tabla 1. Ella se refiere a que las magnitudes de las variables que cuantifican el campo (velocidad del flujo, conductividad hidráulica, el coeficiente de almacenamiento, - sin detenernos en la validez de los términos -, el tiempo de retardo en la respuesta del sistema), están en relación inversa con el volumen que cada espacio ocupa en el conjunto en tanto otros mantienen una cierta dependencia con él, tal como debe esperarse en medios porosos no agrietados.

Para Kazemi y Gilman (1993) el flujo multifásico es descrito por las siguientes ecuaciones:

Para el agua:

$$\Delta \left[ T_{wf} \left( \Delta p_{wf} - \gamma_{wf} \Delta D_f \right) \right] - \tau_w + q_{wf} = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left( \frac{\phi_f S_{wf}}{B_{wf}} \right)$$

Para el petróleo:

$$\Delta \left[ T_{of} \left( \Delta p_{of} - \gamma_{of} \Delta D_f \right) \right] - \tau_o + q_{of} = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left( \frac{\phi_f S_{of}}{B_{of}} \right)$$

Para el gas:

$$\Delta \left[ T_{gf} \left( \Delta p_{gf} - \gamma_{gf} \Delta D_f \right) \right] + \Delta \left[ R_{sf} T_{of} \left( \Delta p_{of} - \gamma_{of} \Delta D_f \right) \right] - \tau_g + q_{gf} + R_{sf} q_{of} = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left[ \frac{S_{gf}}{B_{gf}} + \frac{R_{sf} S_{of}}{B_{of}} \right]$$

**Tabla 1. Espacios constitutivos del sistema cársico (según Molerio, 1985a)**

CATEGORÍAS			DENOMINACIÓN DEL ESPACIO	VOLUMEN CON RELACIÓN AL SISTEMA	LONGITUD CARAC-TERÍSTICA	RÉGIMEN DE FLUJO	DIÁMETRO	
E S P A C I O  E S P R I D A D E S  C O N S I C C A C I S C O P O R I O S I D A D E S	E S P A C I O	M A C R O D I S C O N T I N U I D A D E S	1. Cavernas	$V \leq 1\%$	km.	No lineal de alta velocidad	m	
		E S P R I D A D E S	M I C R O D I S C O N T I N U I D A D E S	2. Grietas y discontinuidades en general (macrofracturas):	$1\% \leq V \leq 5\%$	km.	No lineal de alta velocidad	mm - m
				- Fallas		km.	Lineal	m
				- Diaclasas.		km.	Lineal	mm-cm
				- Planos de estratificación.		km.	Lineal	cm
				- Planos de esquistosidad.		cm	Lineal	mm
	C O N S I C C A C I S C O P O R I O S I D A D E S	E S P R I D A D E S	M I C R O D I S C O N T I N U I D A D E S	3. Poros de la matriz rocosa (microfracturas):	$5\% < V \leq 40\%$	mm	No lineal de baja velocidad (microflujo)	$\leq 0,1$ mm
				- Exfoliación		mm		0,1 mm
				- Esquistosidad		mm		10 $\mu$
				- Clivaje		mm		0,1 $\mu$
			4. Matriz sólida	$V > 40\%$		No lineal de baja velocidad (no flujo)	< 1 mm	

Y los términos fuente  $\tau_w$ ,  $\tau_o$  y  $\tau_g$  vienen dados por:

Para el agua:

$$\tau_w = 0.001127 \sigma V_R k_m \left( \frac{k_r}{\mu B} \right)_{wmf} \left[ p_{wf} - p_{wm} - \gamma_w (D_f - D_m) \right]$$

Para el petróleo:

$$\tau_o = 0.001127 \quad \sigma V_R k_m \left( \frac{k_r}{\mu B} \right)_{omf} \left[ p_{of} - p_{om} - \gamma_o (D_f - D_m) \right]$$

Para el gas:

$$\tau_g = 0.001127 \quad \sigma V_R k_m \left\{ \left( \frac{k_r}{\mu B} \right)_{gmf} \left[ p_{gf} - p_{gm} - \gamma_g (D_f - D_m) \right] \right. \\ \left. + \left( R_s \frac{k_r}{\mu B} \right)_{omf} \left[ p_{of} - p_{om} - \gamma_o (D_f - D_m) \right] \right\}$$

Y el balance material en la matriz se expresa, para cada fluido, como:

Agua:

$$\tau_w = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right)_m$$

Petróleo:

$$\tau_o = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right)_m$$

Gas:

$$\tau_g = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left[ \phi_m \left( \frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right)_m \right]$$

En las expresiones anteriores, los subíndices o, g, f, s, se refieren al petróleo, el gas, la grieta, la dirección x, respectivamente. El resto de los términos, como sigue:

T, Transmisividad

$\Delta p$ , diferencia de presión

$\gamma$ , tensión interfacial/presión estática

$\Delta D$ , Coeficiente de flujo no Darciano

R, fracción de recuperación

$\tau$ , transferencia de fluido

q, tasa de flujo

V, volumen

t, tiempo

$\phi$ , porosidad

S, saturación

B, factor volumétrico de formación

$\sigma$ , factor de forma

k, permeabilidad

p, presión

### ***Física de la doble permeabilidad***

En este caso (Kazemi y Gilman, 1993) se asumen dos continuos sobreimpuestos: el medio agrietado y la matriz, de manera que, como en el caso de la doble porosidad, la expresión base es

$$\Delta \left[ T_{wf} (\Delta p_{wf} - \gamma_{wf} \Delta D_f) \right] - \tau_w + q_{wf} = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left( \frac{\phi_f S_{wf}}{B_{wf}} \right)$$

Y, tanto para la matriz, como para la grieta, los términos del flujo grieta–matriz son los siguientes:

Para la grieta:

$$\Delta \left[ T_{wf} (\Delta p_{wf} - \gamma_{wf} \Delta D_f) \right] - \tau_w + q_{wf} = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left( \frac{\phi_f S_{wf}}{B_{wf}} \right)$$

Para la matriz:

$$\Delta \left[ T_{wm} (\Delta p_{wm} - \gamma_{wm} \Delta D_m) \right] + \tau_w + q_{wm} = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left( \frac{\phi_m S_{wm}}{B_{wm}} \right)$$

Donde las transmisividades en la dirección  $x$  son:

$$T_{wfx} = 0.001127 \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} k_{fx} \phi_f \left( \frac{k_r}{\mu B} \right)_{wf}$$

$$T_{wmx} = 0.001127 \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} k_{mx} \left( \frac{k_r}{\mu B} \right)_{wm}$$

El transporte químico por la fase líquida en el modelo de doble permeabilidad, son la siguientes (Kazemi y Gilman, 1993):

Para la grieta:

$$\begin{aligned} & \Delta \left[ \phi_f \xi_{of} S_{of} K_{oif} \Delta x_{if} \right] + \Delta \left[ T_{of} \xi_{of} x_{if} (\Delta p_{of} - \gamma_{of} \Delta D_f) \right] + x_{if} \xi_{of} q_{of} \\ & + \Delta \left[ \phi_f \xi_{gf} S_{gf} K_{gif} \Delta y_{if} \right] + \Delta \left[ T_{gf} \xi_{gf} y_{if} (\Delta p_{gf} - \gamma_{gf} \Delta D_f) \right] + y_{if} \xi_{gf} q_{gf} \\ & - \tau_o \xi_{omf} x_{imf} - \tau_g \xi_{gmf} y_{imf} - \phi_m \xi_{omf} S_{om} K_{oimf} (x_{if} - x_{im}) \\ & - \phi_m \xi_{gmf} S_{gmf} K_{gimf} (y_{if} - y_{im}) \\ & = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left[ \phi_f (x_{if} \xi_{of} S_{of} + y_{if} \xi_{gf} S_{gf}) \right], i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Para la matriz:

$$\begin{aligned}
& \Delta \left[ \phi_m \xi_{om} S_{om} K_{oim} \Delta x_{im} \right] + \Delta \left[ T_{om} \xi_{om} x_{im} (\Delta p_{om} - \gamma_{om} \Delta D_m) \right] + x_{im} \xi_{om} q_{om} \\
& + \Delta \left[ \phi_m \xi_{gm} S_{gm} K_{gim} \Delta y_{im} \right] + \Delta \left[ T_{gm} \xi_{gm} y_{im} (\Delta p_{gm} - \gamma_{gm} \Delta D_m) \right] + y_{im} \xi_{gm} q_{gm} \\
& - \tau_o \xi_{omf} x_{imf} - \tau_g \xi_{gmf} y_{imf} - \phi_m \xi_{omf} S_{om} K_{oimf} (x_{if} - x_{im}) \\
& - \phi_m \xi_{gmf} S_{gm} K_{gimf} (y_{if} - y_{im}) \\
& = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left[ \phi_m (x_{im} \xi_{om} S_{om} + y_{im} \xi_{gm} S_{gm}) \right], i = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

### ***Física de la triple porosidad***

En este caso se asume que el reservorio consiste de fracturas más dos tipos distintos de matriz rocosa con permeabilidades altamente contrastantes. El modelo fue propuesto por Abdasaah y Ersaghi en 1986. La descripción siguiente es la resumida por Kazemi y Gilman (1993).

Este es el caso en que la matriz de **mayor** permeabilidad alimenta a la grieta de manera más efectiva que la matriz con la **menor** permeabilidad. De este modo, la transferencia de fluido entre los dos tipos de rocas matriciales se considera despreciable. Las ecuaciones de transferencia son similares al caso de la porosidad dual excepto que se adicionan términos fuente separados para cada matriz rocosa.

### ***Transferencia de fluido en los dominios de flujo***

La transferencia de fluido de cualquiera de los dominios ocurre cuando decrece la presión en los de mayor diámetro efectivo. Así, en un MC la transferencia es,

$$V_p \rightarrow V_g \rightarrow V_c$$

y en un MA se omite  $V_c$ . Definiendo tal transferencia como la masa de fluido que llega a las grietas desde los poros por unidad de tiempo por unidad de volumen, y haciendo el fluido homogéneo, es decir,  $\rho \phi_p = \rho \phi_g = \phi \rho$ . Suponiendo que se trate de fluidos cinemáticamente similares, se pueden plantear las correspondientes ecuaciones de continuidad del modo siguiente:

-para el fluido en el medio poroso:

$$\left[ \frac{\partial(\rho \phi_p)}{\partial t} \right] + \nabla \cdot (\rho \phi_p \langle v_s \rangle) + \nabla \cdot (\rho \phi_p \langle v_{ps} \rangle) + \Gamma = 0$$

-para el fluido en las grietas:

$$\left[ \frac{\partial(\rho\phi_g)}{\partial t} \right] + \nabla \cdot (\rho\phi_g \langle v_s \rangle) + \nabla \cdot (\rho\phi_g \langle v_{gs} \rangle) + \Gamma = 0$$

En donde  $\Gamma$  es el término de transferencia. En este sentido  $\Gamma$  es una función de la carga en cada medio interactuante; por ello es, doblemente, una función del tiempo y del espacio, y el problema radica, entonces, en definir un modelo matemático que describa el intercambio. Para resolver la dependencia dual del espacio y del tiempo, es conveniente trabajar sobre modelos que resuelvan las ecuaciones correspondientes en términos de régimen de flujo.

Así, tenemos las siguientes posibilidades:

- régimen permanente (RP)
- régimen cuasi permanente o seudopermanente (RSP)
- régimen transitorio o no permanente (RT)

Con pares de espacios en régimen permanente, uno de ellos se anula, en nuestro caso los poros (en el sistema grieta-poro) y el medio se convierte en un continuo único, el de las grietas (Fig. 8). Esta posibilidad, con no poca frecuencia, resulta muy útil y, bajo determinadas condiciones refleja, con elevada precisión, el comportamiento del sistema. Obviamente, aquí  $\Gamma = 0$  y solo  $\Gamma = 0$  cuando interactúe más de un sistema. En cierto sentido, el término de transferencia puede considerarse equivalente de la función de "leakage" de Hantush, ya que, en todo caso, caracteriza el mecanismo de intercambio de fluido entre dominios de flujo individuales.



**Fig. 8. Interacción poro-grieta con transferencia de fluido entre ellas**

Los procesos de transporte de masa, momento y energía entre medios continuos equivalentes (Fig. 9) fueron resueltos para cada uno de los espacios involucrados, en términos de la derivación de un conjunto de ecuaciones que describieran las correspondientes funciones de transporte (March & Molerio, 1985). Del mismo modo, el trabajo que tiene lugar en el sistema, y que conduce a la formación de estructuras autoreguladas de disipación de energía, fue examinado a partir de la derivación de un

conjunto de ecuaciones que describen la función disipativa de los espacios (March & Molerio, 1985; Molerio, 1988).



Fig. 9. Espacios caverna-grieta-poro-matriz sólida en un modelo natural

La interacción entre las fuerzas y flujos no puede tratarse, en rigor, si no es a partir de la TNE. En esto radicaba otro problema, ya que la base física de la termodinámica de no equilibrio, las Relaciones Recíprocas de Onsager (ORR) no están rigurosamente descritas para el macromovimiento.

Sin embargo, en primera aproximación, cada forma del relieve posee un valor de la función de disipación de energía controlada, inicialmente, por la tasa volumétrica de producción de entropía. Del mismo modo, cada espacio que integra el sistema debe estar caracterizado por un entorno característico de valores para tal función. Debe suceder, entonces, que la función sea continua en tiempo y espacio, por cuanto cada nueva forma contiene, en el sistema, mayor entropía que la precedente (Carnahan, 1976; March & Molerio, 1987; Molerio, 1988). De aquí se avanza a la caracterización del sistema combinando las ecuaciones de balance de masas, momento y energía con la ecuación de Gibbs para lograr una formulación adecuada que exprese el balance de entropía. En todo caso, se supone la simetría del campo tensorial de los coeficientes fenomenológicos involucrados.

#### ***Funciones de transferencia de fluido entre espacios múltiples***

La difusión bidimensional en medio anisotrópico y régimen no permanente, es:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = K_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

El transporte de soluto:

$$D\nabla^2 c - Vgradc = \frac{\partial c}{\partial t}$$

La longitud de saturación:

$$L = 0,304 \frac{d^2}{D}$$

La función de disipación de energía:

$$\Phi = J'q\nabla \ln T - Jv(\nabla p + \rho g \nabla z) \sum_{i=1}^{n-1} j_i \nabla \mu_i^c I \cdot E + \sum_m RmAm$$

Las ecuaciones fenomenológicas para el transporte de calor, el transporte en la fase líquida, la difusión y para las reacciones químicas fueron descritas anteriormente

Para las Relaciones Recíprocas de Onsager, de manera genérica:

$$L_{ij} = L_{ji}$$

Para todos los procesos de termo filtración, termo ósmosis, dispersión térmica, termo dispersión, efecto termoelectrico directo e inverso, ósmosis química, ultrafiltración, electroósmosis, flujo de corriente, coupling de dispersión, electroforesis y corriente de sedimentación. La función de transferencia de fluido equivale a:

Para el par poro – grieta:

$$\Gamma_g = \left( \frac{Ha}{a+b} \right) V_n t_g = \left[ \frac{-2HKp}{a(a+b)} \right] \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^t \frac{\partial h_g}{\partial t e^{-\alpha_n(t-\tau)} d\tau} \right]$$

Para el par grieta – caverna:

$$\Gamma_c = \left( \frac{Ha}{a+b} \right) V_n t_c = \left[ \frac{-2HKg}{a(a+b)} \right] \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^t \frac{\partial h_c}{\partial t e^{-\alpha_n(t-\tau)} d\tau} \right]$$

### **CASO PARTICULAR DE LA INTERACCIÓN AGUA DULCE-AGUA DE MAR EN ACUÍFEROS CÁRSICOS COSTEROS**

En la aplicación de la metodología en acuíferos afectados por intrusión marina es fundamental la aclaración de la posición de la interface en el momento del inicio de las operaciones de inyección somera y el pronóstico de la evolución de la interface cuando se incorpora al acuífero una masa de agua más salinizada. Notar que, además, es un

agua que ha tenido más tiempo de residencia en el acuífero profundo y su composición química también es diferente en cuanto a metales, microelementos y radiosótopos.

De este modo, la posición de la interfaz teórica entre las aguas dulces y saladas debe ser determinada con precisión suficiente para abaratar los costos de construcción, operación y mantenimiento (Reilly y Goodman, 1985). Lo propio es válido para el diseño, construcción y operación de las redes de monitoreo del proyecto (Molerio, 2000).

Con independencia de otras aproximaciones a la solución de este problema (Hubbert, 1940; Luszczynski, 1961; Henry, 1964a), es común emplear la relación de Ghyben y Herzberg para estimar la posición teórica de la interfaz entre el agua dulce y el agua salada en los acuíferos costeros y en las islas. Sin embargo, en la práctica se identifican importantes desviaciones de esta relación que, en esencia, establece que la profundidad de la interfaz se halla a  $-40$  veces la altura del espejo de agua dulce en la costa.

Izuka y Gingerich (1998) ya llamaron la atención sobre este aspecto, desarrollaron un eficiente método determinar la profundidad de la interfaz que toma en cuenta la presencia de gradientes verticales en el flujo de agua subterránea. El método fue aplicado con éxito por Molerio y Herrera (2005) para abastecer con agua salada al Acuario Nacional de Cuba pero, sin embargo, corroboró en otros casos, que algunas desviaciones podrían deberse, como señalaron Izuka y Gingerich (1998) al desarrollo de flujos verticales, a las no-homogeneidades del acuífero, a la anisotropía de la estructura del campo de propiedades físicas y, en menor grado, al método de perforación, toda vez que a diferencia de aquellos autores, todos los casos en que hemos aplicado las indicaciones de aquellos autores, corresponden a acuíferos fuertemente carsificados, con altos rendimientos y muy elevada transmisividad (superior a los 10 000 m<sup>2</sup>/d).

### ***La relación de Ghyben y Herzberg***

La interfaz agua dulce/agua salada se sitúa a la profundidad en que se equilibran las fuerzas opuestas debidas al peso de las aguas dulces que flotan sobre las aguas saladas. La elevación de la interfaz respecto al nivel del mar ocurre cuando la presión de la columna de agua dulce se equilibra con la presión de las aguas saladas, de manera que:

$$z_i \rho_s = (z_i + h_f) \rho_f$$

donde  $z_i$ , es la elevación de la interfaz;  $\rho_s$ , la densidad del agua salada;  $h_f$ , la carga de agua dulce en la interfaz y  $\rho_f$ , la densidad del agua dulce. Todas las elevaciones y cargas están referidas al nivel del mar y son positivas en la dirección ascendente.

Resolviendo adecuadamente para  $z_i$ , se obtiene:

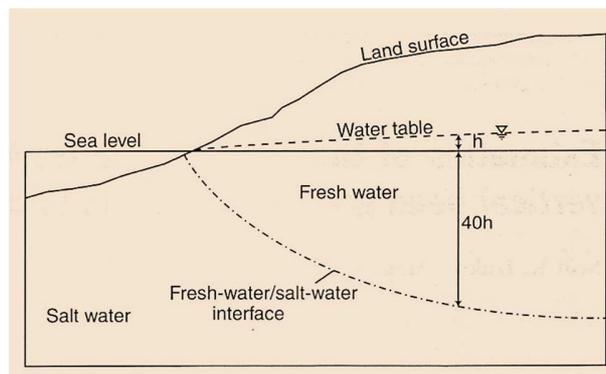
$$z_i = \left( \frac{\rho_f}{\rho_s - \rho_f} \right) h_f$$

Por lo común se asume que  $\rho_s = 1\,025\text{ g/cm}^3$ , equivalente a la densidad del agua de mar y  $\rho_f = 1\,000\text{ g/cm}^3$ , para el agua dulce, de manera que  $z_i$  puede derivarse (Fig. 10) como:

$$z_i = -40h_f$$

Una característica que se deriva de la relación de Ghyben-Herzberg es que la carga de agua dulce y la elevación del nivel de las aguas subterráneas son iguales en la interfaz. Por ello, la posición de ésta puede estimarse multiplicando la elevación absoluta del nivel de las aguas subterráneas por el factor  $-40$ .

Sin embargo, como Ghyben y Herzberg (Badon, 1888; Herzberg, 1901) reconocieron en su momento, esta aproximación es válida solamente en condiciones estáticas para el agua dulce, que no ocurre en la naturaleza (Falkland, 1991) o en una sección donde el agua dulce se mueva según un patrón predominante de flujo horizontal y no existan, por tanto, gradientes verticales.



**Fig. 10. Posición de la interfaz teórica.**

Izuka y Gingerich (1998) resumen el problema indicando que la presunción de un cuerpo de agua dulce estático no es válida en la naturaleza ya que, realmente, las aguas dulces en los acuíferos costeros y de islas constituyen un sistema dinámico de flujo. Por otro lado, no es válido tampoco, asumir flujo horizontal en todo el acuífero, ya que en algunos sectores pueden existir gradientes verticales locales importantes.

En esos sectores,  $h_f$  puede diferir notablemente de la elevación del nivel de las aguas subterráneas, por lo que la relación de Ghyben-Herzberg puede resultar imprecisa en la predicción de la posición de la interfaz.

La no-homogeneidad del acuífero provoca que los gradientes no sean lineales y ello es otra causa de la imprecisión del pronóstico, como lo son, asimismo, las variaciones espaciales de la estructura del campo de propiedades físicas. En acuífero cársicos, las no-homogeneidades pueden manifestarse de manera particularmente intensa, invalidando el empleo de la relación.

### ***Componentes de las desviaciones en acuíferos cársicos***

Las causas de las desviaciones en el pronóstico de la interfaz a partir de la relación de Ghyben-Herzberg fueron ya señaladas por Izuka y Gingerich (1998). Es conveniente examinar como ellas se manifiestan en un acuífero cársico costero (Molerio, 2002).

Como causas fundamentales se tienen las siguientes:

- Existencia de flujos verticales
- No-homogeneidades del acuífero
- Anisotropía del campo de propiedades físicas.

### ***Existencia de flujos verticales***

La presencia de gradientes verticales de flujo en acuíferos cársicos puede deberse a dos causas fundamentales:

- El efecto de flujo vertical debido al movimiento ascendente del agua dulce en la zona de descarga
- El efecto de propagación de la marea oceánica tierra adentro.

### ***Gradiente vertical de carga asociado a la descarga del acuífero***

La descarga de los acuíferos cársicos costeros puede ser tanto concentrada como difusa, al nivel del mar, sobre éste o incluso submarinas. Ello es consecuencia directa de las no-homogeneidades del acuífero, provocadas por un desarrollo diferenciado de la carsificación.

En los casos en que la descarga sea concentrada, la respuesta a la posición de la interfaz es completamente diferente al caso en que la descarga sea difusa. Por lo común, la descarga concentrada frena la penetración local de la intrusión marina en tanto responde a patrones hidrodinámicos en los que destacan gradientes hidráulicos más pronunciados y, por ende, una mayor velocidad de circulación y mayor caudal de descarga, consecuencia de una alta conductividad hidráulica.

Sin embargo, cuando la descarga es difusa, el equilibrio entre las aguas dulces y saladas es sumamente precario, y mucho más sensible al incremento de gradientes verticales que pueden estar acelerados, incluso, por la explotación de las aguas subterráneas en la línea de costa, por la evaporación o evapotranspiración, que pueden ser particularmente intensas –habida cuenta de la proximidad a la que suelen encontrarse tales aguas subterráneas a la superficie en los acuíferos libres-, o a la presencia de dolinas lacustres (blue holes, cenotes, casimbas) que constituyen superficies líquidas abiertas donde las pérdidas pueden ser localmente intensas.

Este es un fenómeno común en el karst del Trópico Húmedo. Sin embargo, lo contrario también es válido y las mismas formas del relieve cársico pueden constituir puntos de flujo descendente cuando están asociadas a la recarga natural en época de lluvias o a la vinculada con las lluvias torrenciales y huracanadas.

La presencia/ausencia de gradientes de carga vertical es, entonces, un fenómeno que se manifiesta de manera diferente, variable temporalmente no sólo en vastos sectores del acuífero, sino en el mismo sitio, complicando seriamente cualquier pronóstico de la posición de la interfaz.

### ***Efecto de la propagación de mareas***

La propagación de marea tierra adentro es un fenómeno de particular importancia en la variación de la posición de la interfaz. La marea es una función de forcing periódica que afecta el campo de flujo, los fluidos y la estructura del acuífero, como se explicará más adelante. Tal corrección fue añadida por este autor a las ecuaciones de Izuka y Gingerich (1998) en algunos casos donde la influencia de la marea era importante y contribuía al incremento o decremento artificial de la carga, variando los gradientes verticales. Se trata de un efecto en que muy ligeras variaciones de la elevación del nivel de las aguas subterráneas provocan sobreestimaciones o subestimaciones importantes en el pronóstico de la posición de la interfaz. Por ello es conveniente disponer de medidas precisas de la oscilación de la marea oceánica y estimar la velocidad de propagación de la misma tierra adentro, así como las variaciones que causará respecto a la altura del nivel piezométrico en el acuífero (Molerio, 1992b, 1994).

Las variaciones faciales verticales, por su parte, al exhibir distintos valores de conductividad hidráulica provocan distribuciones diferentes en la velocidad de propagación de la marea tierra adentro. La heterogeneidad del acuífero, como cuerpo receptor, ejerce una acción modificadora de la distribución vertical del campo de velocidad.

Las mareas oceánicas son un caso particular de interrelación entre aguas subterráneas y superficiales que oscilan periódicamente. La teoría analítica general de las fluctuaciones periódicas en el acuífero fue desarrollada por Ferris (1936) para condiciones de acuíferos cautivos, semiinfinitos, isótropos y homogéneos, y se expresa como:

$$\Delta h_x = \Delta h_o \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi x^2 S}{t_o T}}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{t_o} - \sqrt{\frac{\pi x^2 S}{t_o T}}\right)$$

donde,  $\Delta h_x$ , variación de nivel de agua en el acuífero respecto a la posición media la distancia  $x$  de la línea de drenaje (entre máximas y mínimas),  $\Delta h_o$ , semiamplitud de la oscilación de la marea;  $x$ , distancia a la conexión entre el acuífero y el mar;  $t_o$ , período de la oscilación de la marea;  $S$ , coeficiente de almacenamiento y  $T$ , Transmisividad.

Para cualquier momento  $t$ , la variación de nivel respecto a la posición de reposo se define como:

$$s = \frac{h_o}{2} \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{t_o} - x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right)$$

La amplitud de la oscilación del nivel piezométrico en el acuífero a una distancia  $x$  de la costa es:  $h_x = h_o \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi S}{t_o T}}\right)$

El desfase entre la oscilación del acuífero y la que corresponde a la masa de agua superficial equivale, en unidades de tiempo, a:

$$t_e = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{t_o x^2 S}{\pi T}}$$

La eficiencia de marea corregida (EMc) puede expresarse como

$$EM_c = EM \exp\left(\frac{2\pi t_e}{t_o}\right)$$

siendo la eficiencia de marea aparente (EM; Tabla 2, Fig. 11).

$$EM = \frac{\Delta h}{\Delta h_o}$$

El efecto de la marea oceánica sobre las aguas subterráneas, como puede notarse, es importante, del orden de la decena de centímetros, y ello enmascara la certidumbre sobre las posiciones media y extremas del nivel piezométrico. La eficiencia de marea y la eficiencia barométrica representan valores en el rango de los acuíferos semilibres a semiconfinados, lo que puede deberse al tipo de cubierta artificial del sistema acuífero.

La Fig.11 muestra el efecto de marea sobre la carga piezométrica de los pozos. Este efecto se manifiesta en la variación vertical de la superficie piezométrica (A) y en el amortiguamiento, tierra adentro, de tal efecto (B).

**Tabla 2. Propiedades físicas del acuífero derivadas del análisis del efecto de las mareas oceánicas.**

Indicadores	Notación	Unidades	Valores
Amplitud de oscilación del nivel piezométrico	H <sub>x</sub>	m	0.7
Tiempo de desfase de las ondas	T <sub>e</sub>	Horas	0.5
Eficiencia de marea	EM	adimensional	0.8
Eficiencia barométrica	EB	adimensional	0.2

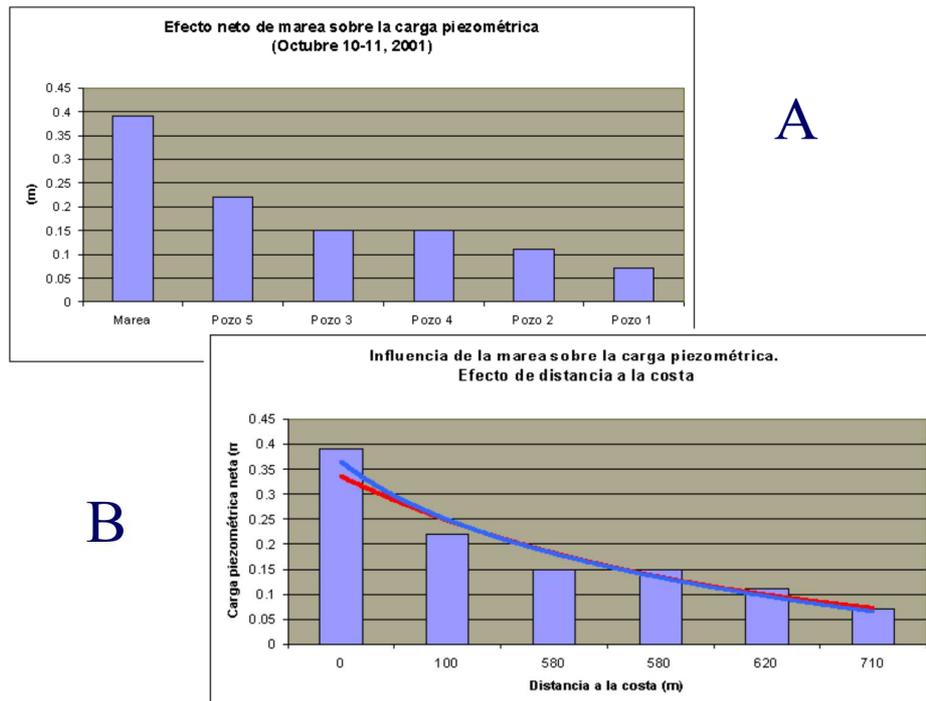


Fig. 11. Efecto neto de marea sobre la carga piezométrica.

#### *Efectos de las no-homogeneidades del acuífero*

Una singular característica de los acuíferos cársicos y, en particular, de los costeros, es la presencia e niveles superpuestos de cavernamiento. Estos niveles, que se definen como sectores de desarrollo preferencial de flujo en conductos, están asociados a las variaciones del nivel de base de erosión y son especialmente notables como consecuencia de la extraordinaria amplitud que alcanzó la oscilación del mar durante el Cuaternario. En la región del Golfo de México y el Caribe (Fig. 12) alcanzó, al menos, los 300 m (Molerio y Flores, 1997).

Aquí, la presencia de niveles de cavernamiento hidrológicamente activos por debajo del nivel actual de las aguas subterráneas llega a alcanzar un valor extremo de -400 m en la Terraza de Portales, al sur de la península de la Florida, en Estados Unidos, pero más comúnmente se reportan entre 0 y 200 m enmarcando, asimismo, mucho más del intervalo útil, explotable, de las aguas subterráneas dulces (Fig. 13)

Este desarrollo vertical, variable, del cavernamiento, está localmente diferenciado por la variación facial del corte carbonatado carsificable, que puede presentar tanto cavernas que se extienden ininterrumpidamente por todo el espesor de la sección acuífera, el caso de Nursery Sink (Fig. 14) o la Casimba Cuba-Checoslovaquia (Fig. 15), como zonas poco transmisivas, debidas a un desarrollo pobre de la carsificación y el cavernamiento.

También pueden presentarse truncadas a diferentes niveles o alcanzar un fuerte desarrollo horizontal a diferentes niveles, como ocurre en el cenote de Xibalba, en Yucatán, México (Fig. 16), en la Casimba El Brinco (Fig. 17) o incluso en Río Bueno

Bay, Jamaica, manantial que descarga a cuatro kilómetros de la costa y a unos 100 m de profundidad.

Los niveles de cavernamiento no necesariamente están asociados a flujos concentrados. Cuando es así, lo más común es que minimicen los gradientes verticales o, incluso, lo sustituyan por flujo horizontal. Es interesante que, en sectores donde varios niveles de cavernamiento se superponen, la cuña de intrusión marina presenta una forma muy irregular, en dependencia de los caudales de descarga de tales niveles de flujo (Fig. 10), de una manera muy semejante a lo que ocurre en acuíferos estratificados.

Algunos blue-holes de Bahamas son casos notables de flujo ascendente. Pero es importante destacar que, a veces, tales flujos ascendentes no son necesariamente de agua dulce, sino salobre y aún, salada, consecuencia de una diferenciación en la recarga natural y la penetración de la marea tierra adentro.

En Cuba, el manantial de Caleta Caletón es un típico caso de intercambio de recarga-descarga, en que penetra agua salada durante la marea alta y descarga agua salobre durante la bajamar. Algunos autores opinan que el manantial de Crescent Beach, en La Florida, responde a un mecanismo semejante.

Otro efecto de las no-homogeneidades del acuífero cársico, se manifiesta en el variable espesor de la zona de transición entre las aguas dulces y saladas ya que, aunque la mayoría de los modelos asumen, por comodidad, que ambos fluidos son inmiscibles, lo cierto es que se trata de una zona de espesor variable que, teóricamente, debe ir incrementando la salinidad con la profundidad pero que, sin embargo, exhibe notables variaciones debido, precisamente, al aporte de aguas con diferente salinidad que circulan por los distintos niveles de cavernamiento.



**Fig. 12. Posiciones extremas del nivel del mar durante el Cuaternario (según Molerio y Flores, 1997)**

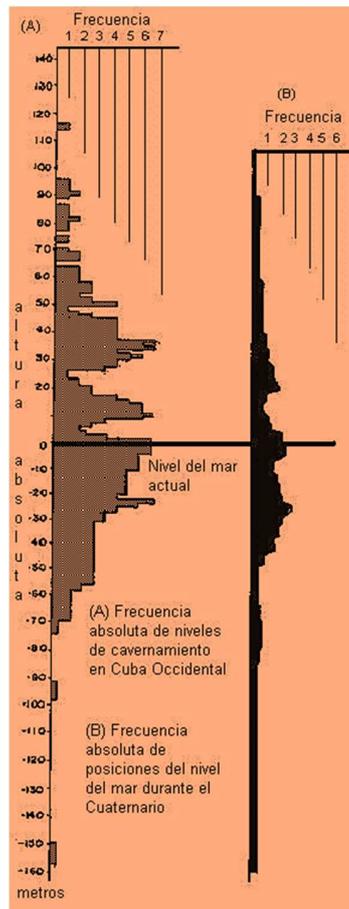


Fig.. 13. Niveles de cavernamiento y paleoposiciones del nivel del mar Cuaternario (según Molerio y Flores, 1997)

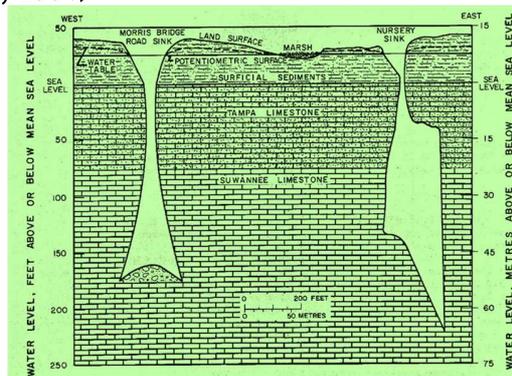


Fig. 14. Nursery Sink (según Stewart, 1977)

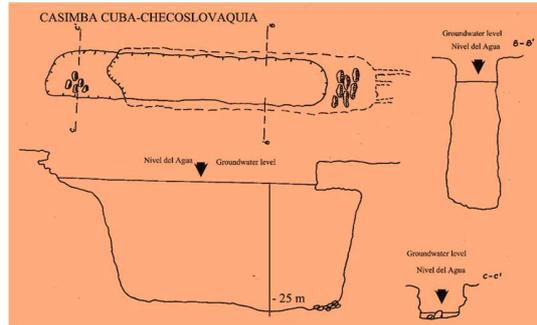


Fig. 15. Casimba Cuba-Checoslovaquia, Ciénaga de Zapata, Cuba (Archivo del autor. Levantamiento realizado por la Expedición Cubano-Checoslovaca, cortesía de Eduardo Nieto Misas).

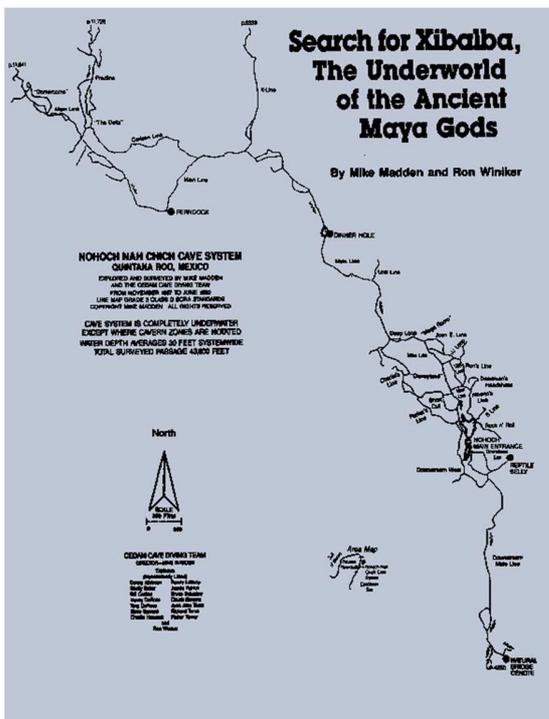


Fig. 16. Cenote Xibalba

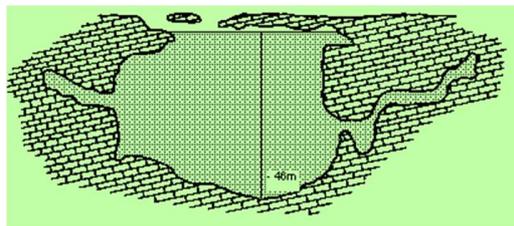


Fig. 17. Casimba El Brinco, Ciénaga de Zapata, Cuba, “cenote” o “blue-hole”, cavidad reinundada por aguas subterráneas durante la transgresión de Flandes. El punto más profundo se encuentra a 46 m bajo el nivel del mar actual.

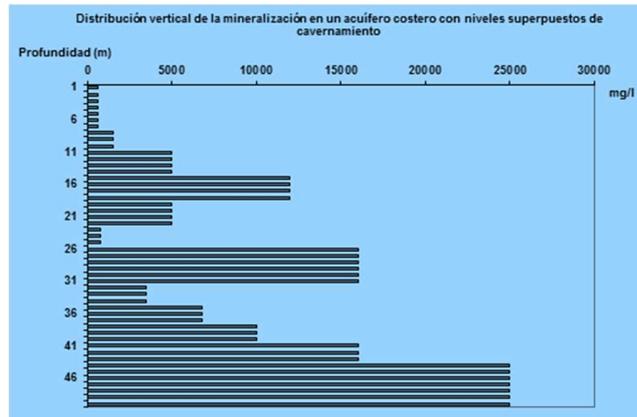


Fig. 18. Zona de tránsito.

Uno de los efectos más notables de las no-homogeneidades del acuífero es la presencia de bolsones de agua salada que aparecen aislados, tierra adentro, sin que desde la costa pueda observarse una continuidad horizontal de la cuña de intrusión marina. Estos focos locales se acentúan cuando se explotan las aguas subterráneas, pero no necesariamente están asociados a ello. Se deben, en realidad, en la mayoría de los casos estudiados por este autor, a bombeos concentrados en pozos que interceptan un nivel de cavernamiento salinizado, aunque también, como ocurre al Oeste de Cárdenas, Cuba, a difusión, por flujo ascendente, desde un nivel de cavernamiento inferior también salinizado (Fig. 19).

Los cambios faciales son importantes no sólo, como ya se mencionó, por responder de manera diferente a la propagación de las mareas, sino también porque condicionan patrones diferentes de desarrollo de la carsificación. En efecto, en facies arrecifales de elevada porosidad primaria, es de esperar el desarrollo de conductos lobulares, de pequeña extensión, asociados a flujo difuso y bajos gradientes hidráulicos, en tanto calizas biohémicas dolomitizadas o recristalizadas resultan en buenos patrones de cavernamiento según el agrietamiento y la estratificación, o ambos.

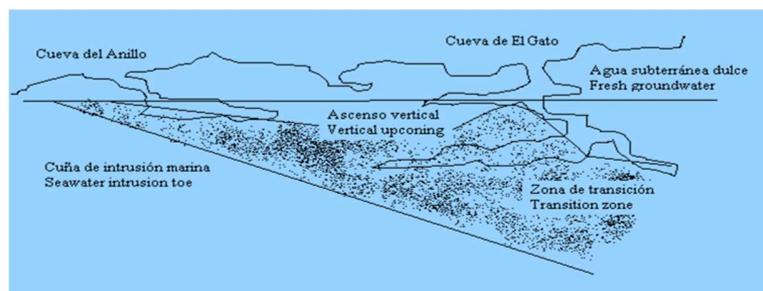


Fig. 19. Perfil de la Cueva del Gato, Cárdenas

***Anisotropía del campo de propiedades físicas y su efecto sobre el campo de propiedades físicas***

Izuka y Gingerich (1998) llamaron la atención sobre el hecho que la anisotropía en la conductividad hidráulica hace que, en presencia de flujos verticales, los gradientes de carga sean mucho más pronunciados que cuando domina el flujo horizontal.

La anisotropía de las propiedades físicas es uno de los fenómenos característicos de los acuíferos cársicos, de manera que es común encontrara fuertes gradientes verticales de carga asociados a zonas de no-homogeneidades. Particularmente importante es, en este caso, la variabilidad vertical de propiedades que, como la conductividad hidráulica, presentan una componente en la dirección del flujo y otra en la dirección del gradiente hidráulico. Asumir, por tanto, valores promediados para la conductividad hidráulica en acuíferos no homogéneos conduce, por lo general, a errores groseros en la estimación de la interfaz.

La variabilidad espacial de la transmisividad anisotrópica debe ser considerada en toda su importancia. Ello significa que existe una dependencia del valor de la variable respecto a la dirección. En virtud del Teorema II de Anisotropía de Maasland (1957): *“El efecto de la anisotropía sobre la conductividad hidráulica o la transmisividad es equivalente al efecto de reducción o expansión de las coordenadas de un punto en el sistema de flujo”*, de manera que, reduciendo o expandiendo las coordenadas de cada punto en el medio anisotrópico puede obtenerse un medio equivalente homogéneo e isótropo. Así, la proyección estereográfica del campo T, en el caso real que se muestra en la Fig. 20 sugiere una dirección predominante de la anisotropía, medida a partir del centro de gravedad del sistema ensayado, en el eje que une los pozos 1 y 3, formando una zona altamente transmisiva, aparentemente discontinua por un efecto de mesa derivado de la estructura del campo T en los alrededores del Pozo 2 (Tabla 3).

En virtud de las propiedades tensoriales, existe una dirección de la conductividad hidráulica o de la transmisividades en dirección de la velocidad y otra, en dirección del gradiente. Las componentes principales de las máximas transmisividades se encuentran entre los 20 y 45°, en tanto las componentes mínimas se encuentran entre los 70 y 80°. Es evidente, entonces que los vectores de flujo  $\mathbf{q}$ , y de gradiente hidráulico  $\mathbf{J}$ , no son paralelos, por lo que puede existir flujo en una dirección diferente a la del gradiente hidráulico

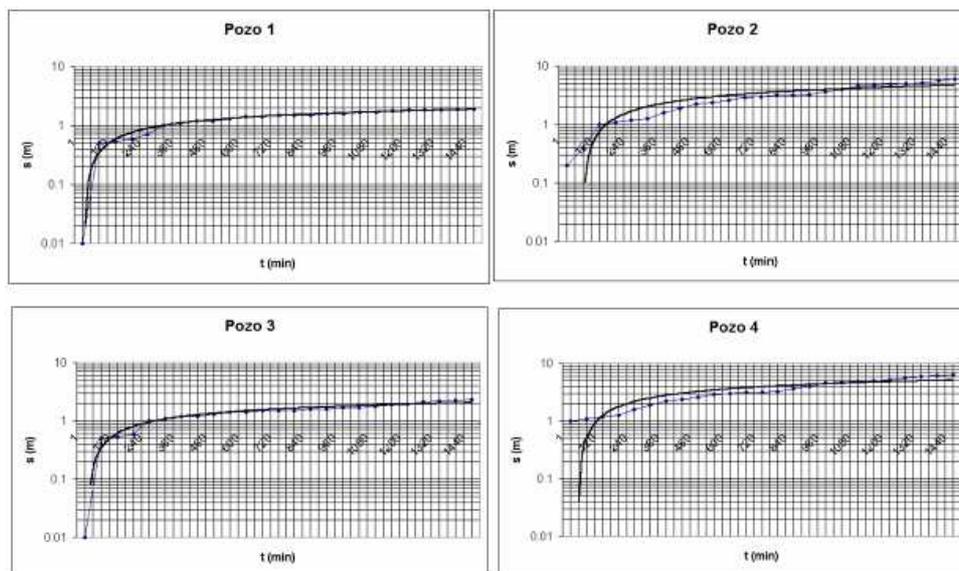


Fig. 20. Gráficos de  $s=f(t)$  en un grupo de pozos periféricos

Tabla 3 Resumen de los valores de transmisividad puntual obtenidos mediante el método de Ferris y Knowles.

Pozo	T (m <sup>2</sup> /d)
1	20 628
2	6 876
3	16 159
4	2 063

En medios anisotrópicos, el campo de velocidades en el sistema acuífero puede escribirse de la forma siguiente para las tres coordenadas (Fig. 21):

$$v_x = -k_x \frac{\delta h}{\delta x}$$

$$v_y = -k_y \frac{\delta h}{\delta y}$$

$$v_z = -k_z \frac{\delta h}{\delta z}$$

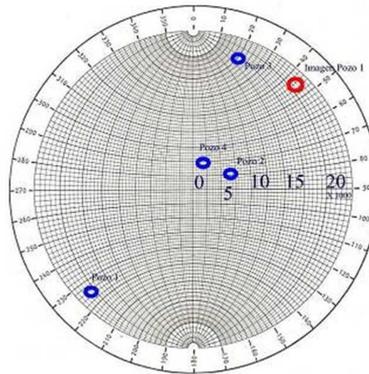


Fig. 21. Proyección estereográfica del campo de transmisividad en la dolina del repositorio.

Para el caso general de anisotropía, la Transmisividad es un tensor simétrico de dos componentes, uno en la dirección de la velocidad y otro en la dirección del gradiente. Para flujo bidimensional, entonces ocurre que,

$$T = \begin{vmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{xy} & T_{yy} \end{vmatrix}$$

y, para los ejes principales  $\xi$  y  $\eta$ , entonces, donde  $T_{\xi\xi}$  y  $T_{\eta\eta}$  son las transmisividades máximas y mínimas, respectivamente. La Fig. 22 muestra el elipsoide de direcciones construido con los valores derivados de los ensayos puntuales de caudal.

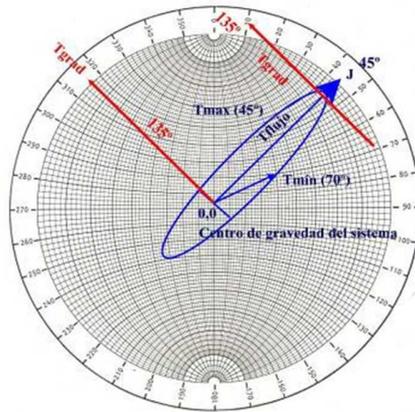


Fig. 22. Representación gráfica de la elipse de transmisividad.

En el campo ensayado,  $T_{\xi\xi}$  y  $T_{\eta\eta}$  no son irrestrictamente ortogonales entre sí, de manera que se está en presencia de una anisotropía axisimétrica o transversal. Esta anisotropía exhibe una fuerte componente en dirección  $45^\circ$ , donde se obtuvo el mejor ajuste de interpolación mediante kriging lineal con pendiente unitaria, como se muestra en la Figs. 23 y 24

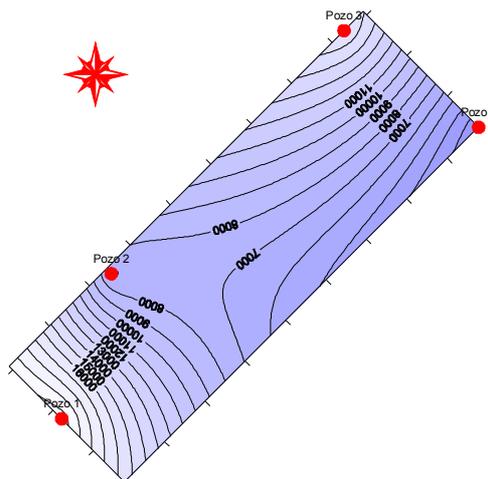


Fig. 23. Regionalización geostatística del campo de transmisividad.

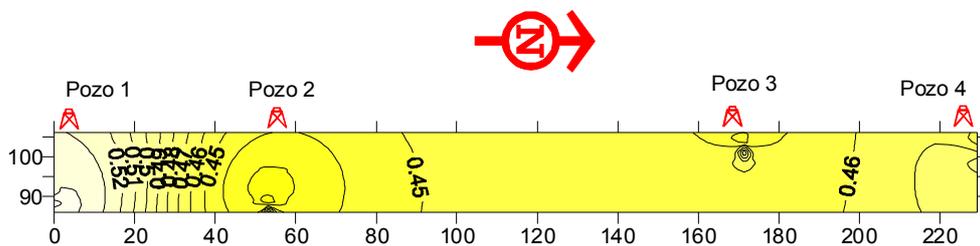


Fig. 24. Campo de flujo.

En el elipsoide de direcciones de  $T$  se construyeron las componentes de  $T$  en dirección del gradiente para el caso de anisotropía transversal, en la que se derivó una

componente en dirección 135°-315°. Esa dirección se acomoda en el lóbulo que forman las isolíneas de T de la Fig. 4 en dirección a la zona de influencia del Pozo 2. Por ello, pueden pronosticarse dos direcciones fundamentales de flujo subterráneo en el sistema ensayado, una en dirección 20-45° (200-225°) y otra en dirección 135-315°. Cambios locales de flujo deben esperarse en las direcciones 70-80° (250-260°), pero asociadas a campos muy locales.

La transmisividad, entonces, parece estar muy bien estructurada, ya que la dirección de la componente del gradiente ( $T_{\eta\eta}$ ) satisface estrictamente la propiedad de ortogonalidad respecto a la dirección del flujo ( $T_{\xi\xi}$ ). Esto es de la mayor importancia, en tanto descarta la presencia de campos ficticios de anisotropía asociados con la transversalidad de la anisotropía (Bear, Zaslavsky e Irmay, 1968) o con el efecto de escala sobre la estructura del campo de transmisividad (Kiraly, 1975, 1978; Molerio 1984).

La solución de la ecuación puede plantearse en términos de la dirección de referencia que, en este caso, equivale a la diferencia modular entre las direcciones de  $T_{\xi\xi}$  y  $T_{\eta\eta}$ , tal que:

$$T = \begin{vmatrix} T_{\xi\xi} & 0 \\ 0 & T_{\eta\eta} \end{vmatrix}$$

Y, resolviendo adecuadamente, se obtienen los siguientes resultados:

$$T_{11} = T_{\xi\xi} \cos^2 \alpha + T_{\eta\eta} \sin^2 \alpha$$

$$T_{22} = T_{\xi\xi} \sin^2 \alpha + T_{\eta\eta} \cos^2 \alpha$$

$$T_{21} = T_{12} = -\frac{1}{2}(K_{\xi\xi} - K_{\eta\eta}) \sin 2\alpha$$

Por tal motivo, la recarga o descarga (s) instantánea del acuífero se expresan, para las direcciones principales de anisotropía (Papadopoulos, 1967), por la siguiente expresión, que toma en cuenta el almacenamiento S:

$$T_{11} = T_{xx} = 17312m^2 / d$$

$$T_{22} = T_{yy} = 5379m^2 / d$$

$$T_{21} = T_{12} = T_{xy} = T_{yx} = -4570m^2 / d$$

### ***Redes de flujo en la zona de interfaz aguas terrestres-aguas marinas***

El recorrido de la eventual migración de contaminantes desde el repositorio y la proyección de las medidas de protección de las aguas superficiales, subterráneas y, eventualmente, marinas, solamente puede pronosticarse si se conocen las direcciones de flujo subterráneo. En estos casos deben construirse las redes de flujo subterráneo que, a su vez, permitieron identificar si el sistema de flujo que se estudia es de tipo local, intermedio o regional (Tóth, 2009).

Para ello se requiere definir una red de observación que, sometida a observaciones sistemáticas de la variación del potencial de flujo ( $\phi$ ) mediante mediciones de la posición del nivel de las aguas subterráneas en diferentes intervalos de tiempo permita construir la red correspondiente de flujo y definir su variación temporal y espacial, así como la de los puntos singulares que la conforman.

Como el nivel de las aguas subterráneas ( $z$ ) se define como una superficie piezométrica específica en la región de flujo subterráneo, cualquier valor de  $z_i$  tiene tres componentes  $z_0$ ,  $z_1$  y  $z_2$ , de manera tal que  $z_0$ , es una constante que designa la profundidad a la que se encuentra el plano de referencia (usualmente el límite impermeable del acuífero);  $z_1 = x \tan \alpha$ , donde  $x$  es la distancia desde cualquier punto

de la región de flujo a la zona de descarga, y  $z_2 = a \frac{\text{sen}\left(\frac{bx}{\cos \alpha}\right)}{\cos \alpha}$ , donde  $a$  es la amplitud de la curva sinusoidal que representa la variación temporal de la superficie piezométrica,  $b$ , es la frecuencia, es decir:  $b = \frac{2\pi}{\lambda}$  y  $\lambda$  es el período de la onda sinusoidal. De esta manera, la ecuación del nivel de la superficie piezométrica se expresa como:

$$z_i = z_0 + x \tan \alpha + a \frac{\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{x}{\cos \alpha}\right)}{\cos \alpha}$$

La expresión que describe la distribución de potencial en el sistema acuífero adquiere la forma:

$$\phi = g \left\{ z_0 + \frac{c's}{2} + \frac{a'}{sb'} (1 - \cos b's) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{a'b'(1 - \cos b's \cos m\pi)}{b'^2 - \frac{m^2 \pi^2}{s^2}} + \frac{c's^2}{m^2 \pi^2} (\cos m\pi - 1) \frac{\cos\left(\frac{m\pi x}{s}\right) \cosh\left(\frac{m\pi z}{s}\right)}{s \cosh\left(\frac{m\pi z_0}{s}\right)} \right] \right\}$$

para  $c' = \tan \alpha$ ;  $a' = a / \cos \alpha$  y  $b' = b / \cos \alpha$

La característica ( $n$ ) del potencial se expresa, en función de la distancia a la divisora, como:

$$n = \frac{z_0}{s}$$

Para un caso de estudio real, las componentes de las cotas piezométricas, para cada pozo, se resumen en la Tabla 4.

**Tabla 4. Componentes de las cotas piezométricas en el área del repositorio.**

Pozo	$z_i$	Componente $z_0$	Componente $z_1$	Componente $z_2$	$\Delta h$	$n$
------	-------	------------------	------------------	------------------	------------	-----

					<b>esperado</b>	
1	0.583	0.55	0.028	0.0049	0.033	0.0055
2	0.497	0.435	0.042	0.0199	0.064	0.0029
3	0.552	0.463	0.084	0.0052	0.089	0.0015
4	0.58	0.48	0.081	0.0167	0.1	0.0017

De la Tabla 4 se deriva que es posible esperar una variación  $\Delta h$  de la superficie piezométrica, positiva en cada pozo, de hasta 10 cm, lo que es sumamente importante para el pronóstico de la migración de contaminantes y el eventual peligro de que ocurran procesos físico geológicos de hundimiento o desplome provocados por sufusión de las aguas subterráneas en el fondo de la dolina que debe servir de base al repositorio.

La Fig. 24 muestra el campo de flujo generalizado. La distribución de potenciales en el sistema indica que se trata de un sistema de flujo regional, un acuífero cársico libre (sin presión) donde la dolina constituye una zona preferencial de recarga natural de las aguas subterráneas y la descarga natural se orienta en dirección al valle cercano.

Este sistema regional engloba un sistema intermedio de flujo, entre los pozos 2 y 3 y una zona de flujo preferencial hacia el pozo 3. Los sistemas locales de influjo se definen en los alrededores del pozo 1, el principal y el pozo 4. Un término sumidero que no queda muy claro, se encuentra reflejado en la distribución del potencial asociado al pozo 2. Las causas de esto no están claras, pero pueden deberse a una variación lateral de flujo. La interpretación de la distribución de potenciales es perfectamente coherente con la distribución del campo de transmisividad local que fue discutido en el epígrafe anterior.

Los mapas de hidroisohipsas que se presentan en la Fig. 25 muestran que los gradientes hidráulicos son muy bajos, del orden de  $10^{-4}$ . Tales gradientes son susceptibles de mostrarse sumamente variables ante cualquier estímulo de bombeo o recarga, máxime con los valores tan altos de transmisividad que posee el acuífero, que permiten que los estímulos se transporten rápida y, preferencialmente, en ciertas direcciones del sistema de aguas subterráneas.

La morfología de las hidroisohipsas responde, perfectamente, a la distribución de potencial examinada en la Fig. 25. Las zonas de recarga, el sector de influjo y el drenaje en dirección noreste aparecen perfectamente reflejados en la distribución de las líneas de flujo, sobre todo en los mapas A, B y C. Tales direcciones, asimismo, coinciden con las derivadas del análisis del campo de transmisividad. Efectivamente, las líneas de flujo se orientan en general, en las direcciones  $20-45^\circ$  y  $315^\circ$ . Pero llama poderosamente la atención cómo tales líneas de flujo son susceptibles de variar espacialmente ante estímulos tan aparentemente débiles como la fluctuación de marea. La D, que representa el campo de flujo a las 1400 hs muestra una morfología totalmente diferente a, por ejemplo, las hidroisohipsas del mismo día, pero dos horas antes, con efecto de marea alta (Molerio, 2006)

Ello significa que el campo de flujo en el sistema varía, diariamente, en dirección y velocidad en dependencia de la influencia de la marea. Esto es un hecho notable, si se toma en cuenta que se trata de un acuífero libre, donde los cambios de

almacenamiento y de distribución de presiones internas se amortiguan muy rápidamente. Se confirma, por otro lado, la tremenda sensibilidad del sistema a los cambios de estímulo y la rapidez de la respuesta a éstos. Esto es, en particular, una consecuencia del desarrollo cársico del territorio y, por los mismo, a las altas transmisividades que se han encontrado.

La superficie piezométrica del acuífero, en consecuencia, es muy sensible a los cambios promovidos por las variaciones de influjo y eflujo y, por tanto, debe esperarse que sean sumamente sensibles a las variaciones estacionales de recarga y descarga. La pequeña carga piezométrica disponible es una de las causas de la presencia de condiciones de desarrollo de régimen no permanente en el sistema acuífero y de un precario equilibrio de las aguas dulces y saladas del sistema. La Tabla 5 muestra las propiedades derivadas del análisis del efecto de marea en el caso de estudio presentado.

**Tabla 5. Propiedades físicas del acuífero derivadas del análisis del efecto de las mareas oceánicas.**

<b>Indicadores</b>	<b>Notación</b>	<b>Unidades</b>	<b>Valores</b>
Amplitud de oscilación del nivel piezométrico	$H_x$	m	0.7
Tiempo de desfasaje de las ondas	$T_e$	Horas	0.5
Eficiencia de marea	EM	adimensional	0.8
Eficiencia barométrica	EB	adimensional	0.2

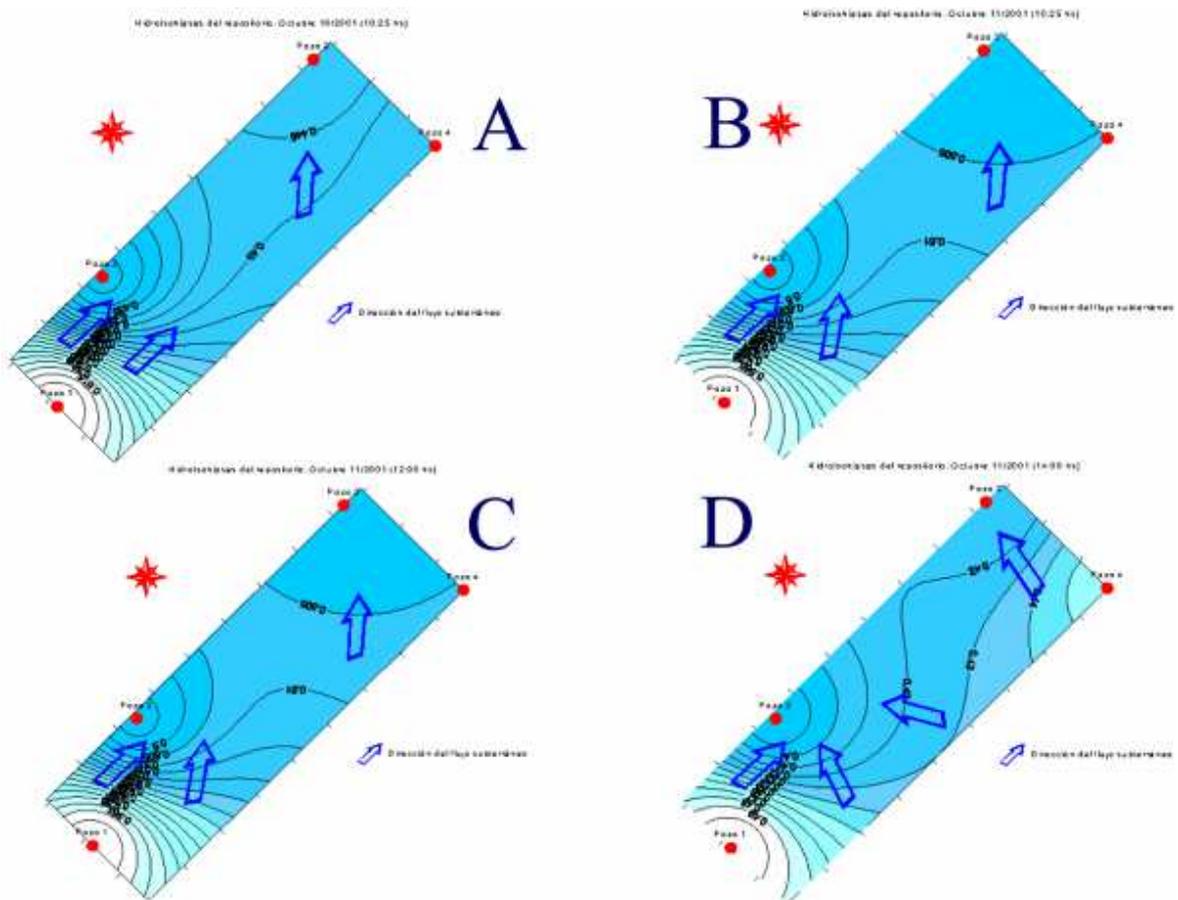


Fig. 25. Hidroisohipsas del dominio de flujo.

***Efecto de la descarga de ríos subterráneos al mar***

Los karsts litorales, tal como los definió Llopis (1982) son básicamente de tres tipos: conformes, contrarios y transversales. Particularmente en Cuba dominan los primeros asociados, además, a una descarga predominantemente difusa. Pero aun así, los caudales de descarga se producen de manera diferenciada según estén vinculados a zonas transmisivas o capacitivas. En las primeras se presentan fenómenos de alta concentración de caudales casi siempre asociados a la descarga de cavernas emisoras sumergidas o parcialmente inundadas.

Los efectos del ascenso del nivel del mar sobre la distribución del campo de salinidad y el eventual reflujos de las aguas subterráneas tierra adentro con la consiguiente propagación de la intrusión marina, la localización de nuevas zonas de descarga del acuífero y el deterioro esperado de la calidad de las aguas terrestres y los suelos deberán producirse, no obstante, de manera diferenciada en correspondencia con la distribución del campo de velocidad de descarga de las aguas subterráneas a los acuatorios. Esta información es imprescindible para sectorializar las medidas de adaptación y mitigación al cambio climático.

Como las posiciones previstas de ascenso del nivel del mar ya fueron alcanzadas más de una vez durante las glaciaciones del Cuaternario, los paleocauces y paleosurgencias identificados en las terrazas marinas abandonadas proveen la evidencia necesaria para el cálculo de las antiguas velocidades de circulación y la estimación de los parámetros del modelo dispersivo. Esta es una vía para aproximarse al conocimiento de la estructura de la velocidad de descarga y los parámetros de resistencia, así como al paleorelieve de las cuencas receptoras y poder contrastar los efectos sobre los ambientes costeros preactuales.

Al desembocar en el mar o un lago, los caudales de los ríos y manantiales decrecen de manera gradual a medida que las aguas se van mezclando y son asimiladas por el cuerpo de agua receptor. Este proceso de propagación está controlado por un numeroso grupo de factores físicos que, a su vez, inducen cambios sustanciales en la hidrodinámica geoquímica geoquímica en la zona de la interfaz y, al final, en la de la mezcla resultante de ambos tipos de agua.

Lo contrario también ocurre cuando los caudales fluviales (superficiales y subterráneos) decrecen durante el estiaje y se produce el fenómeno inverso en zonas costeras marinas de manera que aguas de mayor salinidad avanzan corriente arriba incrementando la mineralización de las aguas dulces y contribuyendo al avance de la intrusión marina tierra adentro. Asociado al efecto de mareas, las aguas marinas llegan a penetrar, diariamente, decenas de kilómetros tierra adentro a lo largo de los cauces fluviales o de los cursos subterráneos de ríos y manantiales cársicos.

Básicamente, factores como la velocidad de descarga, las mareas, la distribución de las corrientes, el relieve de fondo del cuerpo receptor, la morfología del cuerpo emisor, entre otros, son los que controlan los procesos de dispersión – difusión que tienen lugar en el acuatorio. Estos son los que condicionan, entonces, las variaciones en la temperatura, salinidad, turbidez, composición físico-química, bacteriológica e isotópica de las aguas, controlan la capacidad de autodepuración de los cuerpos receptores y, al ejercer un fuerte control sobre los ciclos biogeoquímicos locales, intervienen decisivamente en la distribución de la biota en el ecotono y en la regulación del ecosistema costero. Especialmente importantes resultan para el cálculo adecuado de los caudales ecológicos en ríos y manantiales regulados artificialmente.

Tales implicaciones ec hidrológicas trascienden del puro enfoque físico-matemático del proceso de intercambio por su importancia para la estructuración de las medidas ingenieras ambientales y la formulación de las políticas adecuadas de ordenamiento territorial y uso de la tierra y el agua. El tema adquiere la mayor actualidad en tanto se hace necesario identificar los escenarios de peligro asociados al avance de la intrusión marina tierra adentro como consecuencia del ascenso del nivel del mar vinculados al cambio climático, la salinización de las aguas y los suelos y el incremento de la pérdida de tierras agrícolas y aguas dulces en las próximas décadas.

En 1988 uno de los autores aplicó parte del algoritmo de Borichansky – Mijailov para el cálculo de la velocidad de descarga de ríos subterráneos al mar, aplicándolos a un caso típico de descarga concentrada de un manantial cársico en la Ciénaga de Zapata, al sur de Cuba (Molerio, 1988).

Los elementos conceptuales básicos fueron descritos en 1964 por estos autores (Borichansky y Mijailov, 1964) basados en dos trabajos independientes sobre la dinámica de la interacción entre los ríos y acuatorios costeros (Mijailov, 1959; Borichansky, 1961). Resultados posteriores de Mijailov (1971) y Mijailov et al., (1986) fueron aplicados a un caso particular de manantial cársico en Cuba (Molerio, 1988) en la que se modificaron los coeficientes de fricción a partir de los resultados de algunos estudios en cuevas cubanas de tipo transcurrente emisorio (Molerio et al., 1984). Ulteriores modificaciones del algoritmo se resumen, para diferentes condiciones de borde, en la síntesis de Van der Tuin (1991). Casos particulares se encuentran en Alberic (2004).

Los factores siguientes afectan la propagación de la velocidad de las aguas en la desembocadura de los ríos y manantiales:

- Fuerzas de fricción laterales a la corriente.
- Fricción en el fondo del acuatorio y del canal.
- Fuerzas de inercia.

Como la superficie del agua es cercana a la horizontal en el cuerpo receptor –no así en el elemento de descarga– y así será considerada en esta contribución, el balance de la descarga será resultado del equilibrio entre las fuerzas de fricción y las de inercia.

La ecuación que describe el movimiento de una corriente fluvial (superficial o subterránea) en un acuatorio costero se escribe así:

$$V \frac{\partial v}{\partial S} = -\frac{2f_1 v^2}{b} - \frac{f_2 v^2}{h}$$

Donde  $V$ , es la velocidad media de la corriente;  $S$ , la distancia desde la sección inicial;  $b$  y  $h$ , ancho y profundidad de la corriente,  $f_1$  y  $f_2$ , los coeficientes de resistencia en la superficie lateral y en el fondo, donde puede expresarse en términos del Coeficiente de Chezy  $f_2 = g/C^2$  respectivamente. Asumiendo que se cumple la Ley de la Conservación del Momento en la corriente y  $QV = \text{constante}$  y despreciando las fuerzas de fricción en el fondo, se obtiene:

$$V = V_0 \sqrt{\frac{b_0 h_0}{4f_m h s_m + b_0 h_0}}$$

En la que los subíndices 0 y s m indican respectivamente los valores iniciales y promedio. Si se consideran despreciables las fuerzas de fricción laterales, de manera que  $f_1 = 0$  entonces se obtiene:

$$V = V_0 \exp(-f_2 m \frac{S_m}{h_m})$$

Ambas ecuaciones muestran que la velocidad de la corriente que ingresa en el acuatorio disminuye a medida que se incrementa la distancia recorrida desde la desembocadura o desde el punto de contacto tierra adentro.

El ancho de la corriente para los casos anteriores se obtiene substituyendo  $V^2bh = V_0^2b_0h_0$  de manera que:

$$b = \frac{4f_{1m}h_mS + b_0h_0}{h}$$

$$b = b_0 \frac{h_0}{h} \exp(-f_{2m} \frac{S_m}{h_m})$$

Los cuatro modelos tipo para el cálculo se presentan en la Fig. 26. De la aplicación del modelo de cálculo a estos cuatro casos se obtienen los siguientes resultados.

- A mayor profundidad del acuatorio receptor disminuye el ancho de la corriente (incluyendo la zona de transición);
- Las barreras provocan un brusco incremento del ancho de la corriente influente;
- El incremento de la rugosidad del fondo del cuerpo receptor hace que la corriente se ensanche con mayor rapidez ya que aumenta la dispersión del fondo.

La distribución de la mineralización del agua dulce desde un punto de descarga constante hacia un acuatorio de mayor salinidad satisface la ecuación general de Borichansky (1964):

$$u_m \frac{\partial C}{\partial x} = K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$

Donde  $C(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  es la concentración de agua dulce o de menor mineralización en las coordenadas  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ ;  $K_y$ , el coeficiente de difusión turbulenta en la dirección del eje  $y$ ;  $u_m$ , la velocidad media de la corriente influente.

La velocidad media de la corriente influente a cierta distancia  $\mathbf{x}$  de la desembocadura tal que  $x > 0$  equivale a:

$$u = u_1 \frac{x_1}{x}$$

Donde  $u_1$ , es la velocidad real a una distancia  $x_1$  de la desembocadura. Las condiciones de borde son:

$C \rightarrow 0$  para  $x, y \rightarrow \alpha$ ;

$C \rightarrow \infty$  para  $x=y=0$ ;

$$hu_m \int_{-\infty}^{+\infty} C(x, y) dy = Q$$

para todo  $x > 0$ . En esta condición,  $h$  es la profundidad y  $Q$ , el caudal de descarga del río o manantial.

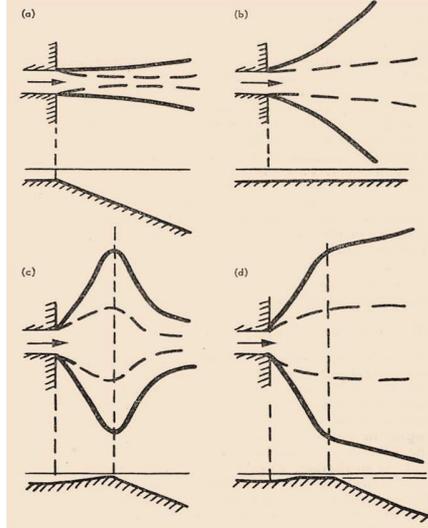


Fig. 26. Esquemas de aplicación del algoritmo simplificado de Borichansky-Mijailov. (a) profundidad creciente; (b) profundidad constante; (c) barrera y profundidad decreciente; (d) barrera con profundidad constante y post barrera con profundidad decreciente.

Tales condiciones de borde se satisfacen por la siguiente ecuación (Borichansky y Mijailov, 1964):

$$C(x, y) = \frac{Q\sqrt{x_1}}{hx\sqrt{2\pi u_1 K_y}} \exp\left[\frac{u_1 x_1 y^2}{2K_y x^2}\right]$$

El sistema de coordenadas se define en el centro del punto de contacto de la desembocadura. Denotando el ancho del elemento influente (río, cueva, manantial) por  $2a$  y por  $\delta$  el ángulo entre la dirección real del escurrimiento y el borde del acuatorio en el punto de contacto entre los dos elementos, la salinidad en el punto efluente en el punto  $x, y$  se iguala a:

$$C(x, y) = -\frac{Q\sqrt{x_1}}{2ah\sin\delta\sqrt{2\pi u_{1m} K_y}} \int_{-a\sin\delta}^{+a\sin\delta} \exp\left[-\frac{u_1 x_1 (y-y')^2}{2K_y x^2}\right] dy' -$$

$$-\frac{Q}{4ah\sin\delta u_{1m}} \left[ \Phi\left(\frac{a\sin\delta - y}{2} \sqrt{\frac{2u_{1m} x^{-1}}{K_y}}\right) + \Phi\left(\frac{a\sin\delta + y}{2} \sqrt{\frac{2u_{1m} x^{-1}}{K_y}}\right) \right]$$

Donde  $\Phi(\mathbf{t})$  es la Función de Kramp. Esta expresión permite determinar la concentración de la mineralización total del agua de río o manantial en la zona pre-desembocadura al acuatorio marino. En términos de la usual medida de salinidad, la expresión anterior se transforma en:

$$S(x, y) = S(x_1, y_1) \frac{1 + C(x_1, y_1)}{1 + C(x, y)}$$

$$= S(x_1, y_1) \frac{1 + \frac{C_0}{2} \left[ \Phi\left(\frac{a \sin \delta - y_1}{2} \beta x_1^{-1}\right) + \Phi\left(\frac{a \sin \delta + y_1}{2} \beta x_1^{-1}\right) \right]}{1 + \frac{C_0}{2} \left[ \Phi\left(\frac{a \sin \delta - y}{2} \beta x^{-1}\right) + \Phi\left(\frac{a \sin \delta + y}{2} \beta x^{-1}\right) \right]}$$

Donde,

$$C_0 = \frac{Q}{2ahu_m \sin \delta}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2u_1 x_1}{K_y}}$$

Para el caso en que los puntos de observación en un Modelo Euleriano están distribuidos a lo largo de la corriente, con lo que  $y=0$  y asumiendo que la corriente es perpendicular al borde del acuatorio en el punto de contacto, con lo que  $\delta=90^\circ$ , la expresión para  $S$  adquiere la forma siguiente:

$$S(x,0) = S(x_1,0) \frac{1 + C_0 \Phi(Bx_1^{-1})}{1 + C_0 \Phi(Bx^{-1})}$$

siendo  $B = \frac{a\beta}{2}$ .

Asumiendo  $K_y = ku_{1m}$  y  $\mathbf{k}$  sigue la Ley de Obukov-Richardson, de manera tal que  $k = Cl^{4/3}$  donde  $C$  es un coeficiente y  $l$  un valor característico de las dimensiones del dominio de flujo, puede suponerse  $\mathbf{k}$  constante en el tiempo para el mismo dominio.

Como  $\mathbf{x}_1$  es constante,  $\mathbf{B}$  no varía en función del tiempo y la relación  $\Phi = \frac{\beta}{x}$  no varía de una medición a otra.

El valor de  $C_0 = \frac{Q}{2ahu_{1m}}$  es una función del caudal  $Q$  y de la velocidad de la corriente, por lo que varía entre mediciones y estaciones por lo que, en rigor, debe ser determinado propiamente en cada caso.

De este modo, entre dos puntos  $\mathbf{x}_1,0$  y  $\mathbf{x}_2,0$ ,  $C_0$  puede obtenerse mediante:

$$C_0 = \frac{S_2 - S_1}{S_1 \Phi\left(\frac{B}{x_1}\right) - S_2 \Phi\left(\frac{B}{x_2}\right)}$$

donde  $S_1, S_2$  son las salinidades en los puntos  $\mathbf{x}_1,0$  y  $\mathbf{x}_2,0$ .

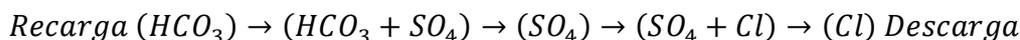
## CAPACIDAD DE ASIMILACIÓN DE LAS AGUAS PRODUCIDAS E INTERCAMBIO GEOQUÍMICO

La inyección de aguas producidas produce un ingreso importante de aguas con una composición semejante de macroconstituyentes, metales y microelementos, pero en mayor concentración y temperatura que en el acuífero salinizado. La mezcla, además viene acompañada de gases, algunos sólidos en suspensión y ciertos tenores de hidrocarburos. La mezcla de ambos tipos de agua en el sistema acuífero resulta en un problema de transporte multifásico en primera instancia. Comprende una fase inmisible, que puede ser tratada tanto como líquidos que ocupan diferentes dominios o tratarlo como flujo simultáneo de dos líquidos inmiscibles que ocupan el mismo dominio macroscópico al mismo tiempo, pero cada uno con diferente grado de saturación, y otra miscible, que se trata como dispersión hidrodinámica.

En las etapas iniciales que el cuerpo de agua salinizado receptor recibe las aguas producidas el tratamiento matemático corresponde al caso de dos fluidos inmiscibles hasta que, a determinada distancia (longitud de mezcla) se logra la mezcla total.

### *Procesos de adquisición de la composición química de las aguas*

Los procesos de adquisición de la composición química en los sistemas de flujo de agua subterránea que eventualmente funcionarán como cuerpos receptores, están gobernados por los patrones marcados por la Secuencia de Chebotarev (1955; Kamensky, 1958), que indica los cambios en la composición química a partir de los iones dominantes desde la zona de recarga hasta la de descarga. Se expresa del modo siguiente, como una función de la dirección y la distancia del flujo subterráneo:



La Secuencia de Chebotarev, aún cuando se ha concebido para grandes cuencas sedimentarias, es ciencia establecida que se puede reconocer, prácticamente, en todo tipo de acuíferos. La combinación de los patrones de flujo y los procesos de transporte de masas a escala de sistema de flujo dan, como resultado, la presencia de tres zonas según Kamensky (1958):

1. **Zona superior**, caracterizada por la actividad de las aguas meteóricas y su movimiento a través del epikarst y la zona no saturada o de aereación, donde predomina el movimiento descendente de las aguas, dando por consiguiente aguas de muy baja mineralización, usualmente ricas en iones bicarbonatados, que Wallick y Tóth (1976) adscriben a los sistemas locales de flujo (Schwarz y Domenico, 1973; Schwartz, Muehlenbachs y Chorley, 1981). Los desequilibrios iónicos, por mezcla de aguas, pueden provocar deposiciones de carbonatos de calcio o magnesio en los sitios donde diferentes aguas entren en contacto y el consiguiente incremento adicional de la capacidad disolvente de las aguas. Aquí el flujo se suele mover con mayor velocidad, tiene mayor potencial hidráulico y puede ser responsable de fenómenos locales de deslizamientos de tierra asociados al humedecimiento de los sedimentos friables superiores de cobertura o a las cortezas de intemperismo de las rocas.
2. **Zona intermedia**, relacionada con los sistemas de flujo intermedio (Wallick y Tóth, 1976) y caracterizada por una velocidad más lenta de las aguas

subterráneas, debido al reacomodo de las líneas de flujo, que ahora tienden a buscar una posición subhorizontal o aún horizontal. La mineralización aquí aumenta, y el sulfato irrumpe como el anión dominante. En esta zona es importante considerar la posibilidad de que ciertas puzolanas del cemento sean agredidas por aguas eventualmente sulfatadas que incrementen el efecto de ión común en la agresión al hormigón de ciertas obras de fábrica. La velocidad más baja de las aguas subterráneas hace que el tiempo de tránsito sea mayor y, por ende, la capacidad de la solución acuosa para saturarse e insaturarse periódicamente puede ser una fuente local y permanente de corrosión de las obras de fábrica con las que esté en contacto.

3. **Zona inferior**, donde la migración de las especies químicas es mucho más lenta, debido a los bajos gradientes hidráulicos, el dominio del movimiento horizontal, el mayor tiempo de permanencia de las aguas en el sistema acuífero y el consiguiente aumento en la mineralización total, por razón del mayor tiempo de contacto agua-roca. Esta zona está típicamente gobernada por un dominio del ión Cloruro y que corresponderían a los sistemas regionales de flujo de Tóth (1963, 1970, 2009).

Los procesos de adquisición de la composición química están asociados al diferente tiempo de tránsito de las aguas en los sistemas de flujo y a las aportaciones de aguas de diferente composición, origen y tiempo de tránsito. El modo en que los efectos de mezcla se propagan depende adicionalmente de la variable longitud de mezcla, que es una función de la dispersividad del medio. La consecuencia que básicamente ello produce es que los impactos positivos y negativos de la mezcla de diferentes tipos de agua no necesariamente se producen en el punto donde ellas confluyen, sino que puede propagarse, y de hecho muchas veces ocurre así, aguas abajo del punto de convergencia.

Adicionalmente, la mezcla de aguas de diferente tipo, origen, y tiempo de tránsito controla la calidad de todo el sistema hídrico. Además de la temperatura y de la composición química de las aguas de lluvia como factores de gobierno de la hidrogeoquímica general, la dinámica geoquímica está regida por otros factores de no menor importancia como aquellos de control geológico: composición litológica, cambios faciales horizontales y verticales, espesor de las rocas acuíferas, estructura y conexión física de los sistemas de agrietamiento, disposición estructural de las capas, cobertura de suelo, entre otros.

Conviene traer a colación el enfoque de **facies hidroquímica**, introducido en su momento por Back (1960, 1966; Hanshaw y Back, 1985) para distinguirla distribución regional del flujo en tanto refleja los efectos de los procesos químicos que tienen lugar entre el agua en movimiento y los minerales constituyentes de las rocas, habida cuenta que el flujo de agua subterránea modifica las facies y controla su distribución.

A escala muy local de flujo, el concepto fue aplicado originalmente por Molerio en 1999 (en un reporte inédito) para identificar los tipos de agua en el acuífero que subyace la Planta de Gas de Varadero. El criterio, mejorado, fue sustituido a partir de la identificación de los miembros terminales de las aguas subterráneas de Cuba y la agrupación por patrones geoquímicos basados en las capacidades de representación

gráfica e interpretación que brinda la distribución semilogarítmica de los macroconstituyentes en el Gráfico de Schoeller (1941, 1948, 1956, 1959, 1962) modificado por Molerio (1992a, 2012, 2020a, 2020b, 2021). La aplicación y comprobación sistemática de este método en estudios llevados a cabo por el autor y sus colegas y colaboradores en trabajos de investigación aplicada ha contribuido a mejorar los indicadores de referencia.

### ***Concentraciones de base***

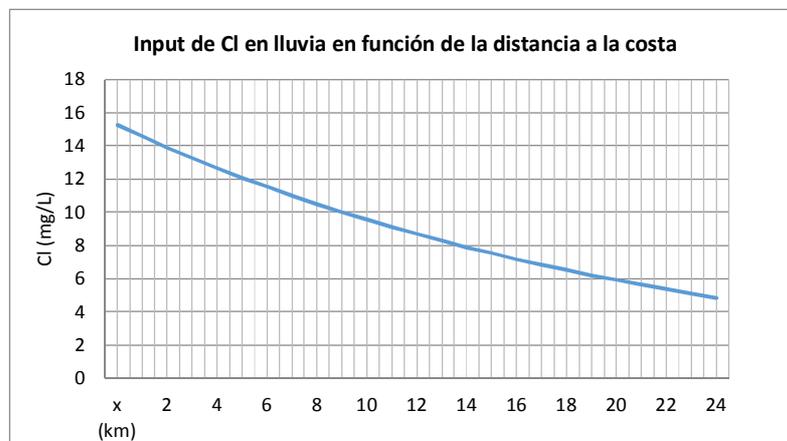
Todas las aguas subterráneas en acuíferos carbonatados cubanos muestran patrones geoquímicos semejantes y las diferencias básicas se deben a la distancia a la costa y el tiempo de residencia de las aguas (tiempo de contacto agua-roca) lo que incluye considerar el potencial de velocidad del campo de flujo subterráneo y el grado de saturación con respecto a los iones básicos (Ca, Mg, Na). No obstante, se pueden encontrar variaciones locales debidas a la composición química de las rocas, flujos cruzados, distintos tiempos de tránsito –y por consiguiente de contacto agua-roca– y procesos locales de intercambio de flujo. Las diferencias básicas se deben a:

- La distancia a la costa.
- El tiempo de residencia de las aguas (tiempo de contacto agua-roca) lo que incluye:
- El potencial de velocidad
- El grado de saturación con respecto a los iones básicos (Ca, Mg, Na)

Todas las aguas terrestres de Cuba se encuentran en los límites establecidos en los Miembros Geoquímicos Terminales descritos por Molerio (1992a, 2020a, 2020b, 2021).

La fuente principal de aporte de las aguas subterráneas en Cuba son las lluvias y, por tratarse de un territorio insular, el elemento traza distintivo es la concentración de Cloruros (Cl). La concentración base de cloruros en el agua de lluvias (Molerio y Herrera, 2005) se determina mediante mediciones directas, gráficamente (Fig. 27) o resolviendo la Ecuación de Schoeller-Molerio (en mg/L) de nivel de fondo en función de la distancia a la costa  $x$  (en km):

$$Cl = 16 \exp(-0,0462x) + 5 \exp(-0,0015x)$$



**Fig. 27.** Distribución del input de Cloruros (mg/L) en el agua de lluvias en función de la distancia a la costa (medida en km, tomando como referencia la costa norte de la provincia de

**Matanzas) según a ecuación de Schoeller modificada por Molerio (1992a, 2012, 2020a, 2020b, 2021)**

Respecto a la mezcla de aguas en el caso de los yacimientos gasopetrolíferos carbonatados se concluye que:

- Las aguas de diferentes fuentes/horizontes acuíferos pueden mezclarse si exhiben compatibilidad geoquímica.
- La compatibilidad Geoquímica es una función de las fuentes y la distribución y la concentración de los macro constituyentes ( $\text{HCO}_3$ ,  $\text{SO}_4$ ,  $\text{Cl}$ ,  $\text{Ca}$ ,  $\text{Mg}$ ,  $\text{Na}$ ,  $\text{K}$ ).
- Las aguas producidas de los yacimientos gasopetrolíferos carbonatados muestran patrones semejantes a los de las aguas subterráneas salinizadas de los acuíferos cársicos litorales someros.
- Las diferencias fundamentales en microelementos seleccionados se deben al diferente grado de saturación y migración acuosa.
- La saturación diferencial se resuelve mediante el Modelo de Pitzer de manera mucho más precisa que con el modelo clásico de Debye–Huckel.

Sin embargo, el balance general muestra que se trata de aguas dulces, de muy baja mineralización. Como promedio, se trata de aguas del tipo  $\text{Cl-HCO}_3\text{-Na-Ca}$ . Los valores mínimos y máximos y una relación  $\text{Cl/HCO}_3$  indicadora de una fuente de cloruros en el agua de lluvia. Una fuente adicional de aerosoles de tipo alcalino y ácidos ya fue descrita por Gutiérrez y Travieso (1978) según se deriva de la relación  $\text{HCO}_3/(\text{Ca-SO}_4)$ .

De acuerdo con el carácter de la mezcla, las aguas altamente mineralizadas pueden conservar o perder las características de los miembros terminales a que pertenecen cuyos extremos son, por un lado, las aguas de mar y por otro las aguas de recarga. En el espectro intermedio se encuentran desde aquellas no vinculadas con el mar hasta las mezcladas con éste. Un miembro nuevo, el de las aguas producidas, se refiere a aguas con una mineralización más elevada que las del mar, producto de un mayor tiempo de interacción-agua roca, lo que también produce que sus tenores en metales y microelementos sea, en general, superior y, en ciertos casos, muy superior. También, por ello, su composición isotópica es diferente, sobre todo en lo que concierne a isótopos pesados, estables, como el  $^{18}\text{O}$  y el  $^2\text{H}$  y que también pueden presentar elementos radioactivos, los llamados Materiales Radioactivos que Ocurren Naturalmente (NORM, por sus siglas en inglés, Natural Occurring Radioactive Materiales).

En nuestro caso, el problema se enfoca a definir la nueva composición resultante de la mezcla, pero, en definitiva, el proceso de adquisición de una determinada composición química de las aguas subterráneas es el resultado de complejas relaciones entre la litología, suelo, vegetación, lluvia, patrones de flujo y la constitución de las aguas terminales.

En las zonas costeras o en las antiguas costas, donde quedó agua atrapada, los solutos en el agua de mar se comportan de tal manera que el ion  $\text{Mg} > \text{SO}_4 + \text{HCO}_3$ , en tanto las aguas meteóricas (diluidas o salinas) aun cuando estén dominadas por la redisolución de sales marionas se comportan de tal modo que  $\text{Na} > \text{Cl}$ . Los fluidos de las cuencas sedimentarias pueden transportar concentraciones significativas de  $\text{Ca}$  y tal vez de  $\text{K}$  en exceso sobre  $\text{SO}_4 + \text{HCO}_3$  debido a reacciones diagenéticas de carbonatos o silicatos (Jones et al., 1999).

En Cuba, las aguas de mar tienen la siguiente concentración promedio (en MEq/L). Como promedio  $Mg > SO_4 + HCO_3$ , pero  $Cl > Na + K$ , y también  $Cl > SO_4$ . Las aguas de mezcla no son tan altas en Ca como podría esperarse, pero sin embargo, en las aguas salobres de mezcla  $Mg < SO_4 + HCO_3$ ,  $Cl > Na + K$  y  $Ca / (SO_4 + HCO_3) < 1$  y, con valores prácticamente idénticos (0,21) (Molerio, 2020a, 2020b, 2021),

	Ca	Mg	Na+K	Cl	SO <sub>4</sub>	HCO <sub>3</sub>	TDS
<b>Agua de Mar</b>	22,41	113,93	484,17	635,57	102,50	2,92	1361,50

En la zona de intrusión marina los procesos básicos de interacción agua-roca son los siguientes:

- Reacciones de intercambio
- Diagénesis de los carbonatos
- Adsorción
- Reducción de materia orgánica

Entre muchos autores, Back (véase bibliografía) ha desarrollado un grupo de modelos específicos sobre la geoquímica de los acuíferos costeros salinizados que son trascendentes a los efectos de este estudio.

La Fig. muestra los Miembros terminales y de Transición de las Aguas terrestres de Cuba (Molerio, 1992a, 2012, 2020a, 2020b, 2021).

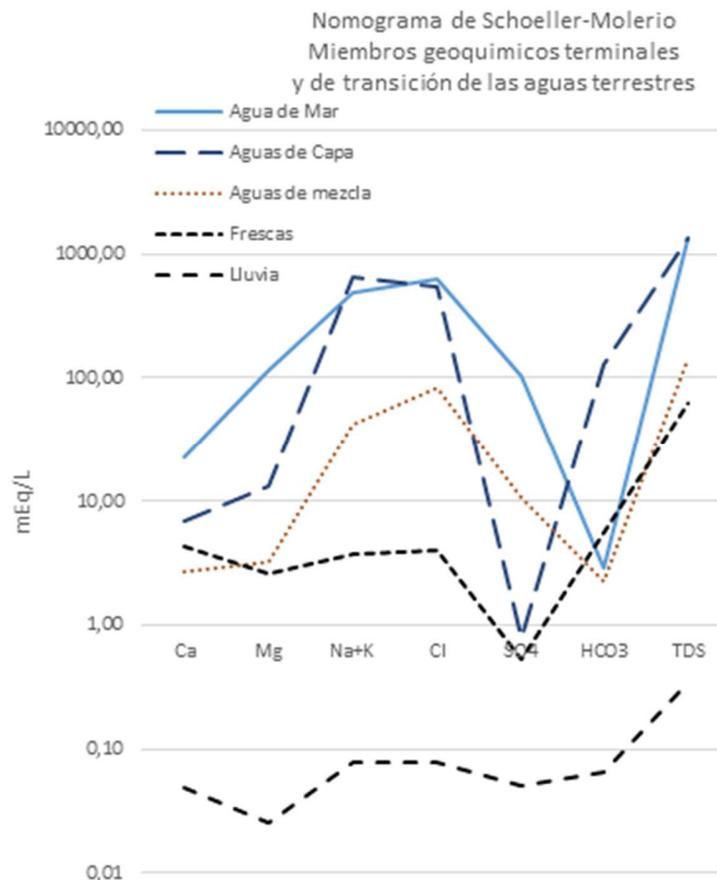


Fig. 28. Miembros terminales y de transición de las aguas terrestres de Cuba

#### ***Reactabilidad y efecto de mezcla en acuíferos cársicos***

La naturaleza de la tecnología implica que el interés específico se orienta a las reacciones químicas que ocurren cuando los solutos son transportados por advección, difusión y dispersión en el fluido que se mueve en el medio poroso. Los detalles de la cinética química clásica en sistemas cársicos epigenéticos no serán tratados aquí y pueden estudiarse en detalle, entre otros, en Bögli (1980) y Dreybrodt (1988), aunque algunos temas articulares serán comentados con cierto detalle. Otros aspectos corresponden al transporte reactivo basado en la Teoría de Interacción Iónica (Pitzer, 1979, 1987, 1991) que es una profundización de la teoría de interacción específica propuesta por Bronsted, según el cual habrá interacción entre dos iones de signo opuesto y la interacción entre iones del mismo signo dependería exclusivamente de la carga eléctrica.

El modelo de Pitzer, como un modelo de interacción, a diferencia de los modelos de asociación, es aplicable con gran éxito a solutos disociados, y las propiedades de las soluciones están descritas en términos de interacción entre iones libres, pero además, este modelo también considera las interacciones entre pares de iones del mismo signo y entre tripletas de iones (Amado y Blanco, 2010).

Aunque la anterior premisa es esencialmente correcta, no explica completamente los resultados experimentales. La base teórica del modelo de Pitzer propone que los iones del mismo signo tienden a permanecer alejados entre sí y por lo tanto, las fuerzas de corto alcance entre ellos tendrían muy pocas consecuencias. Al contrario, los iones de signo contrario se acercarían lo máximo posible y en consecuencia estarían afectados por las fuerzas de corto alcance. Además, las características de estas fuerzas de corto alcance serían específicas para cada par de iones. Entre los resultados más importantes está el reconocer la dependencia de la fuerza iónica del efecto de las fuerzas de corto alcance en interacciones binarias (Kim y Frederick, 1988a, 1988b).

La ecuación de Pitzer se basa en una analogía entre los gases imperfectos y las soluciones de electrolitos que había sido demostrada en 1945 por McMillan y Mayer (Weber, 2000). Esos autores demostraron que la relación entre la presión osmótica de la solución y los potenciales medios de los solutos en el solvente era igual que la relación entre la presión de un gas y los potenciales entre las partículas (Van de Weerd, Leijnse y van Riemsdijk, 1998). Aunque para calcular distintas propiedades a partir de la presión osmótica es necesario hacer algunas correcciones, no desaparece la semejanza entre las soluciones no ideales y los gases imperfectos en relación con los respectivos potenciales.

$$PV = RT + BP + C'P^2 + D'P^3 + \dots$$

Donde el primer coeficiente virial corresponde al gas perfecto. El segundo coeficiente, B, de acuerdo con la mecánica estadística corresponde a las fuerzas intermoleculares entre los pares de moléculas; el tercer coeficiente corresponde a la interacción entre tres moléculas, etc.

El Modelo de Pitzer es un modelo de interacción y, a diferencia de los modelos de asociación, es aplicable con gran éxito a solutos disociados ya que las propiedades de las soluciones están descritas en términos de interacción entre iones libres; pero, además, este modelo también considera las interacciones entre pares de iones del mismo signo y entre tripletas de iones.

De acuerdo con Amado y Blanco (2010) si la fuerza intermolecular entre un par de moléculas depende solamente de la distancia  $r$  y el potencial es  $u(r)$ , el segundo potencial o coeficiente está definido como:

$$B = 2\pi N_0 \int_0^{\infty} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{u}{kT}\right) r^2 dr \right]$$

Donde  $N_0$  es el número de Avogadro.

La ecuación de Pitzer tiene un parámetro electrostático (F), que es básicamente una modificación de la ley extendida de Debye-Hückel. El segundo coeficiente virial (B) corresponde a un coeficiente de interacción y su dependencia de la fuerza iónica (I) se ha derivado con base en los siguientes argumentos:

- B tiene un valor finito para  $I=0$

- B varía de forma lineal con I a fuerzas iónicas pequeñas
- B es aproximadamente constante a fuerzas iónicas elevadas

El modelo de interacción de Pitzer está basado en la expresión de la energía libre de Gibbs de la solución de acuerdo con la ecuación de Debye-Hückel y en una expansión virial de las molalidades de las especies disueltas, que pueden ser iónicas o neutras. En la ecuación siguiente el coeficiente de actividad está dado como una sumatoria de una serie de potencias.

$$\ln \gamma_{\pm} = -\frac{\alpha m^{\frac{1}{2}}}{1 + \beta m^{\frac{1}{2}}} + \sum_{i=1} B_i m_i$$

La ecuación de Debye-Hückel es una función de fuerza iónica mientras que la ecuación de Gibbs-Duhem es una función de la molalidad. La ecuación de Pitzer se propone como una consecuencia debida a la teoría de Debye-Hückel que es sólo aplicable a muy bajas concentraciones, por tanto, se adicionan una serie de términos *ad hoc* para tomar en cuenta las interacciones de corto alcance. Aunque Pitzer se basa en los parámetros teóricos aceptados por Debye-Hückel, su ecuación incluye términos de origen empírico. Es así como la representación general de la ecuación de Pitzer asume que la energía de exceso de Gibbs está dada por:

$$\frac{G^R}{RTW_s} = f(I) + \sum_i \sum_j m_i m_j \lambda_{ij}(I) + \sum_i \sum_j \sum_k m_i m_j m_k \Lambda_{ijk}$$

La función f(I) depende de la fuerza iónica, la temperatura y las propiedades del solvente. Este término representa las fuerzas de largo alcance e incluye la ley límite de Debye-Hückel. El parámetro  $\lambda_{ij}(I)$  representa las interacciones de corto alcance entre dos partículas de soluto en el solvente; la dependencia de la fuerza iónica de este término permite la convergencia en la expansión virial. Este parámetro  $\Lambda_{ijk}(I)$  contiene las interacciones de tipo triple y son importantes sólo para altas concentraciones de soluto. A concentraciones aún mayores se requieren de más de cuatro parámetros. El modelo de Pitzer para las ecuaciones de los coeficientes osmótico y de actividad contiene los parámetros de interacción catión-anión (ca) que son funciones de la presión y la temperatura:

$$\beta_{ca}^0, \beta_{ca}^1, \beta_{ca}^2, C_{ca}$$

Sin embargo, la ecuación de Pitzer puede utilizarse con los cuatro parámetros para una concentración alta, o con dos y tres parámetros para concentración baja. El tercer coeficiente virial ( $\gamma_{MXC}$ ), incluye las interacciones entre iones del mismo signo, que se consideraban nulas en la teoría de interacción específica. Sin embargo, este término es despreciable y solo se tiene en cuenta para valores altos de fuerza iónica. La ecuación general de Pitzer modificada de acuerdo a Clegg y Whitfield (Yigui, 2006) para el coeficiente de actividad para un catión M y un anión X y del coeficiente osmótico es:

$$\ln \gamma_{\pm} = |z_+ z_-| F + m_c \left( \frac{2\nu_+ \nu_-}{\nu} \right) B_{cx}^{\gamma} + m_c^2 \left( \frac{2(\nu_+ \nu_-)^{3/2}}{\nu} \right) C_{cx}^{\gamma}$$

$$\ln \gamma_{\pm} = z_x^2 F + \sum_c m_c (2B_{cx} + ZC_{cx}^{\gamma})$$

$$\ln \gamma_m = z_m^2 F + \sum_a m_a (2B_{am} + ZC_{am}^{\gamma})$$

Donde:

$$F = -A_m \left[ \frac{I^{1/2}}{1 + B_{ca} I^{1/2}} + \left( \frac{2}{B_{ca}} \right) \log_0 \left( 1 + B_{ca} I^{1/2} \right) \right]$$

$$B_{ac}^{\gamma} = 2\beta^0 + \left( \frac{2\beta^1}{\alpha_1^2 I} \right) \left[ 1 - \left( 1 + \alpha_1 I^{1/2} - \frac{\alpha_1^2 I}{2} \right) \exp \left( -\alpha_1 \varepsilon I^{1/2} \right) \right] + \left( \frac{2\beta^1}{\alpha_1^2 I} \right) \left[ 1 - \left( 1 + \alpha_1 I^{1/2} - \frac{\alpha_2^2 I}{2} \right) \exp \left( -\alpha_2 I^{1/2} \right) \right]$$

$$C_{ca}^{\gamma} = \frac{3C_{ca}^{\phi}}{2}$$

Para el coeficiente osmótico:

$$\phi - 1 = \left( \frac{2}{\sum_i m_i} \right) \left[ \frac{-A_{\phi} I^{3/2}}{(1 + 1.2\sqrt{I})} \right] + \sum_c \sum_a m_c m_a (B_{ca} + ZC_{ca}^{\phi})$$

Las ecuaciones además contienen los siguientes términos:

$$Z = \sum_i m_i |z_i|$$

$$B_{ca} = \beta_{ca}^0 + \beta_{ca}^1 g(\alpha_{ca} \sqrt{I})$$

$$B'_{ca} = \frac{\beta_{ca}^1 g(\alpha_{ca} \sqrt{I})}{I}$$

El número de carga del ion es  $z_i$  y el número estequiométrico total es:

$$\nu = \nu_+ + \nu_-$$

Los valores empíricos calculados son para  $b = 1.2$  y para  $a=2.0$ . La función  $g(x)$  se calcula de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$g(x) = \frac{2[1 - (1+x)\exp(-x)]}{x^2}$$

$$g'(x) = \exp(-x) - g(x)$$

Como las aguas saladas alteran la densidad del agua provocan algunos efectos importantes en el campo de flujo de manera que además de los controles hidrogeológicos se incorporan los de tipo químico. Estos procesos son similares a los que ocurren en la disolución de las sales y el transporte de salmueras en diapiros salinos, en el transporte de lixiviados de rellenos sanitarios y en residuales industriales, como han señalado Bear et al. (1999).

Por ello, en casos específicos, la solución para aclarar la dinámica del flujo local y regional pasa por acoplar los procesos de flujo controlado por la densidad, el calor advectivo-dispersivo y el transporte de masa. Ello se logra mediante el desarrollo de un balance soluto-fluido en el sistema acuífero, la evaluación del efecto de la producción de salmueras que son incorporadas al fluido y la identificación de los flujos de soluto desde o hacia el sistema, provenientes de otras fuentes eventuales (Bear et al., 1999).

### ***Casos específicos de flujo de densidad variable***

Dos procesos convectivos tienen lugar en los sistemas de flujo subterráneo que, en el karst y en cavernas en particular, adoptan modos peculiares de expresarse: a) el inducido por el potencial de densidad; esto es, el incremento de la densidad del agua que se produce cuando se disuelve la caliza en el medio acuoso o en agua cargada de dióxido de carbono que se produce cuando tiene lugar la disolución de la caliza y b) el que tienen lugar preferencialmente de acuerdo con la localización y orientación de la superficie (MCF). El dominante depende de la tasa de flujo, las propiedades del agua y los solutos y la diferencia de concentración entre la disolución en las paredes y en el flujo másico que, en cavernas, desempeña un singular proceso espeleogenético (Curl, 1966).

Dentz et al. (2006) ofrecen una solución para la distribución en régimen permanente que se puede aceptar para condiciones de disposición continua y estable; esto es, régimen permanente en la inyección de las aguas producidas, basada en el modelo de Henry (1964b), que adopta un sistema completamente acoplado de ecuaciones de flujo y transporte que depende de la dependencia de la densidad del agua por la concentración de sales. Para estos autores el comportamiento físico del sistema se describe por dos conjuntos adimensionales, uno el parámetro de acoplamiento y el Número de Péclet. El primero, que describe la importancia relativa de las fuerzas de viscosidad y las de empuje (buoyancy) y el segundo, que cuantifica la importancia relativa de los mecanismos puramente convectivos y el transporte dispersivo.

En el caso de la inyección de las aguas producidas tratadas debe tenerse en cuenta que se trata de aguas cuya mineralización total suele ser mayor que la del cuerpo receptor. Ello ha sido enfocado en este proyecto bajo un modelo conceptual de flujo de densidad variable.

El problema es especialmente complejo. Diersch y Kolditz (2002), lo resumen definiendo, sobre la base de la mecánica de los fluidos continua, que un fluido o una fase en un fluido es considerada un medio efectivamente continuo con una densidad  $\rho$  (masa de volumen por unidad de fluido) como la propiedad principal del mismo. Pero

tal densidad no es uniforme, ya que está compuesto por  $N$  especies químicas miscibles con una densidad parcial  $\rho_k$  (masa del constituyente  $k$  por unidad de volumen del fluido), de manera que la mezcla, entonces:

$$\rho = \sum_k^N \rho_k$$

Pero la densidad del fluido puede estar influenciada por la temperatura y la presión, ya que la densidad decrece cuando la temperatura aumenta y si la presión,  $p$ , aumenta, aumenta la densidad debido a la compresibilidad. Bien definida, pues, la densidad es una variable termodinámica dependiente para la cual se define una relación constitutiva, la llamada **ecuación de estado**, de la forma siguiente Diersch y Kolditz (2002):

$$\rho = \rho_k, T, p$$

En nuestro proyecto hemos seguido básicamente las ideas de esos autores cuya descripción matemática del transporte en el sistema de flujo incluyen los efectos de la temperatura, la densidad del soluto, la convección termohalina (difusiva doble, DDC), viscosidad y compresibilidad del fluido en medio saturado-no saturado, la influencia de procesos no Fickianos y no Darcianos en el sistema, el influjo de la dispersión hidrodinámica, la reactividad de sistemas químicos multicomponentes bajo condiciones diversas de heterogeneidad del medio y dependencia del tiempo de ciertas variables fundamentales del campo de propiedades físicas, a la que hemos incluido las de anisotropía en el medio saturado.

Existen diferentes casos de desarrollo de flujos convectivos gobernados por la densidad de los fluidos (FGD) algunos bien conocidos como el de la intrusión marina horizontal y el upconing en acuíferos costeros (Fig. 29), aunque se presentan diferentes tipos: la lixiviación de rellenos sanitarios, la descarga de radionucleidos desde repositorios salinos, gestión de sistemas geotérmicos, tecnologías de secado y la migración a superficie de aguas de capa por fuga desde pozos de inyección profundos (injection spills), entre otros, a los que se suman los descritos en esta tecnología: inyección de aguas de capa en acuíferos salinizados y directamente al mar.

Para el caso de la interacción entre aguas salinas (marinas) y aguas dulces, que es un caso específico de flujo de densidad variable predominantemente horizontal, la conceptualización y principios de modelación han sido tratados en detalle por Bear et al. (1999). Parte de la base teórica del problema fue ya incorporada como texto de estudio de posgrado por esa fecha en Cuba (Antigüedad et al., 1997; puede verse también la separata en Molerio, 1997). Una excelente revisión del desarrollo del conocimiento en este sentido puede revisarse en la mencionada contribución de Diersch y Kolditz (2002).

Siguiendo a estos autores, para la fase líquida, la siguiente ecuación para el balance de masas es válida

$$\varepsilon s \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( s \gamma \frac{\partial p}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial s}{\partial t} \right) + \nabla \cdot (\rho q) = Q$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon s \rho \omega_k) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{q} \omega_k) + \nabla \cdot \mathbf{j}_k = R_k + Q_k$$

$$\varepsilon s \rho \frac{\partial \omega_k}{\partial t} + \rho \mathbf{q} \cdot \nabla \omega_k + \nabla \cdot \mathbf{j}_k = R_k + Q_k - Q_k \omega_k$$

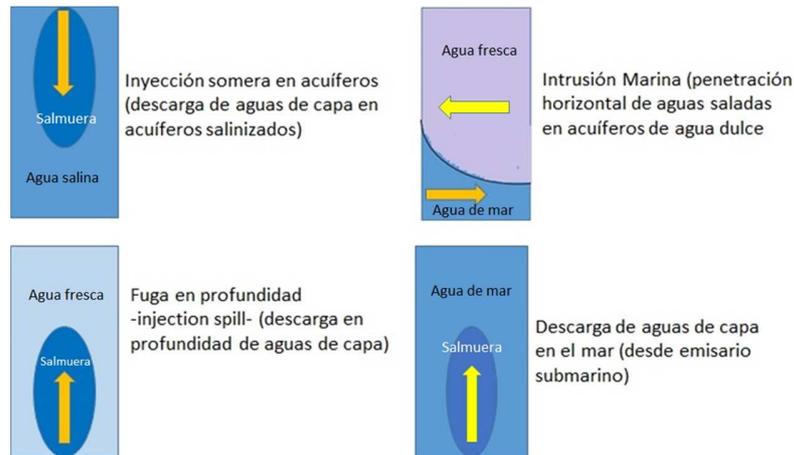


Fig. 29. Casos de flujo de densidad variable.

La conservación de momento,

$$0 = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \underbrace{\mu \nabla^2 \mathbf{q}}_{\text{Brinkmann}} - \underbrace{\mu(\mathbf{k}_r \mathbf{k})^{-1} \cdot \mathbf{q}}_{\text{Darcy}} - \underbrace{\mu(\mathbf{k}_r \mathbf{k})^{-1} \mathfrak{F}_F \|\mathbf{q}\| \cdot \mathbf{q}}_{\text{Forchheimer}}$$

La conservación de energía,

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\varepsilon s \rho c^1 + (1 - \varepsilon) \rho^s c^s) T] + \nabla \cdot (\rho c^1 \mathbf{q} T) + \nabla \cdot \mathbf{j}_e = H_e$$

En las ecuaciones anteriores,

t, tiempo

$\varepsilon$ , porosidad (adimensional)

s, saturación en el espacio de los poros

p, presión  $ML^{-1}T^{-2}$

c, calor específico  $L^2T^{-2}\Theta^{-1}$

$\nabla$ , operador Nabla

$\rho$ , función de densidad  $ML^{-3}$

T, tensor de tortuosidad de medio

q, velocidad darciana  $LT^{-1}$

$\mathbf{j}_e$ , flujo de energía calorífica no advectiva  $MT^{-3}$

$H_e$ , término fuente/sumidero de energía  $ML^{-1}T^{-3}$

$\mu$ , viscosidad dinámica,  $ML^{-1}T^{-1}$

$\mathbf{k}$ , tensor de permeabilidad del medio poroso  $L_2$

Y, coeficiente de compresibilidad  $L^{-1}$

$Q$ , término fuente/sumidero  $ML^{-3}T^{-1}$

$R_k$ , tasa de reacción de las especies químicas  $k$   $ML^{-3}T^{-1}$

$Q_k$ , término fuente/sumidero de las  $k$  especies  $ML^{-3}T^{-1}$

$\omega_k$  – fracción de masa de la especie  $k$  (adimensional)

Los superíndices **s** y **l**, se refieren a las fases sólida y líquida, respectivamente.

A lo anterior que hay que sumar el proceso de **Convección Difusiva Doble** (CDD), acopla más de una propiedad de difusión (sustancias químicas, energía térmica) que se manifiesta cuando (Diersch y Kolditz, 2002), se produce un gradiente vertical en dos o más de las propiedades que afectan la densidad del fluido, como la concentración de las distintas especies involucradas y la temperatura, que los gradientes resultantes sean de signo opuesto y que las difusividades de las propiedades sean diferentes (Fig. 30).

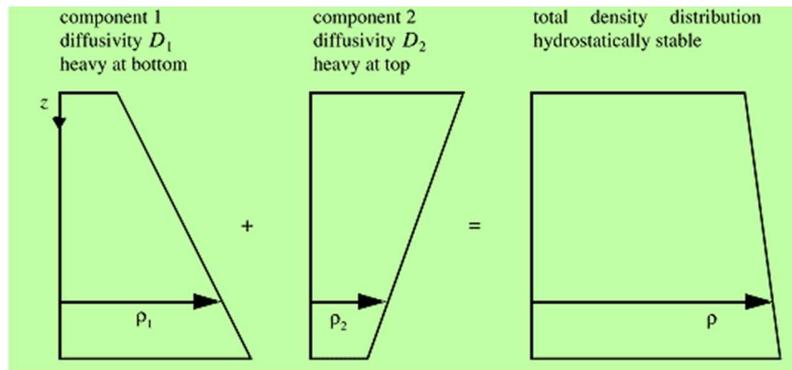


Fig. 30. Dos componentes de densidad  $\rho_1$  y  $\rho_2$ , con densidades diferentes tal que  $D_1 \neq D_2$  siendo la densidad total  $\rho$  una función de la profundidad (tomado de Diersch y Kolditz, 2002)

#### *Caso de flujo de densidad y temperatura variable: descarga de aguas de capa en cuerpo receptor salino marino*

Para un cuerpo receptor de agua de mar que recibe una carga de agua producida tratada el comportamiento fue sumamente satisfactorio. Se operó sobre un modelo de simulación de la dilución de muy buena resolución (Frick, et al., 2003; Frick, 2004) y con extraordinarias ventajas para la solución del problema de la migración y distribución de las aguas de capa tratadas en el mar; entre ellas: a) la abierta semejanza en la composición química de ambos sistemas: el receptor y el emisor (Molerio 2020a, 2020b); b) la naturaleza de las especies químicas patrón, consideradas contaminantes índice para comprobar la eficiencia de la dilución y sus radios de protección, así como la distribución espacial de los puntos de monitoreo ambiental y c) la tolerancia del cuerpo receptor para la mezcla resultante. En este caso, el modelo no consideró una interface abrupta, sino que puede producirse, como en efecto se comprobó, una mezcla homogénea al cabo de un tiempo  $t$  y distancia  $L$ , determinadas.

Los términos básicos del modelo de dilución (Frick, 2004), son los siguientes:

Para la **dilución volumétrica** ( $S_a$ ):

$$S_a = \frac{v_e + v_a}{v_e}$$

Para la **dilución efectiva** ( $S_{eff}$ ):

$$S_{eff} = \frac{c_e}{c_p} = \frac{1}{\frac{1}{S_a} + \frac{c_a}{c_e}}$$

Donde  $V_e$  es el volumen inicial del elemento de la pluma (volumen de control) y  $V_a$  es el volumen de agua que se incorpora al elemento  $k$  en la pluma en el proceso de dilución;  $c_e$  es la concentración del elemento  $k$  en el efluente,  $c_p$  es la concentración del elemento en el punto de interés y  $c_a$  la concentración ambiente en el sentido definido por Baumbgarten et al. (1994) y adoptado por Frick (2004) y Frick et al. (2004). En este caso, “si  $C_a = 0$ , entonces  $S_a = S_{eff}$ ; de otro modo la dilución efectiva es típicamente menor que el volumen de dilución” (Frick, 2004).

La Fig. 31 muestra uno de los resultados de la simulación, provisto por Thomas y Ward (2004) para evaluar la dilución en un cuerpo receptor salino, el mar en este caso (Fig. 32), cuya composición es ambientalmente compatible según la definición de Molerio (2013) para la aplicación de la Teoría de las Interacción Iónica de Pitzer a la disposición final de aguas de capa tratadas.

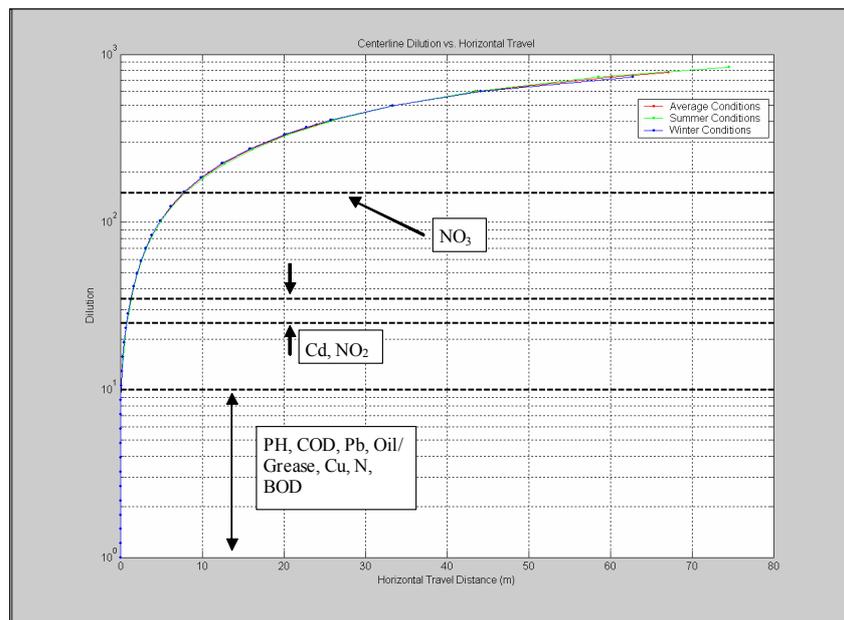


Fig. 31. Dilución de línea central prevista en relación con la distancia del desplazamiento horizontal a partir del punto de vertimiento en verano, en invierno y en condiciones ambientales promedio (tomado de Thomas y Ward, 2004)



**Fig. 32.** Sector de ensayo de dilución de aguas producidas tratadas en el mar (Foto del autor)

***Caso de flujo de densidad y temperatura variable: descarga de aguas de capa en cuerpo receptor salino (aguas subterráneas)***

Farfán y Molerio (2021), sobre la base de validación con ensayos reales en el terreno, aplicaron un modelo analítico del tipo advectivo-dispersivo en 2D para describir y mapear la forma y extensión de la pluma de dispersión, de un grupo selecto de contaminantes conservativos en un acuífero cársico costero somero salinizado distribución espacial y el avance de la mezcla de aguas producidas tratadas (Fig. 33) sobre la base de la aplicación de la Teoría de la Interacción Iónica de Pitzer (Molerio, 2015).



**Fig. 33.** Perforación para ensayos de presión y dilución en acuífero somero salinizado (Foto del autor)

La modelación asumió (Fig. 34) que el flujo es unidireccional, continuo y uniforme en la dirección  $+x$ , y la dispersión en ambas direcciones ( $x$ ;  $y$ ). Para una fuente lineal (pozo de inyección) donde la contribución del fluido se hace despreciable sobre las

condiciones hidráulicas locales y son despreciables comparadas con las tasas de flujo regional, las entradas no afectan las propiedades hidráulicas del medio acuífero. Las diferencias de viscosidad y densidad entre las entradas y el acuífero son igualmente despreciables. Bajo estas condiciones la ecuación de gobierno para geometrías dispersivas en dos dimensiones, se puede plantear una solución general del tipo (de Marsily, 1986):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v \frac{\partial C}{\partial x}$$

Donde:

$$v = \frac{q}{n}; \quad n = \text{porosidad}; \quad q = \text{caudal específico.}$$

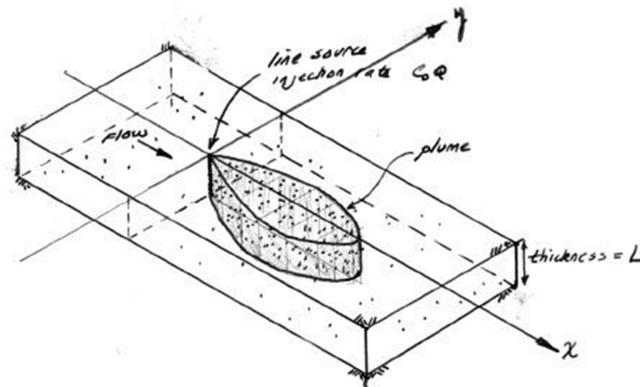


Fig.34. Esquema de un sistema físico para tiempos mayores que cero. El acuífero es de extensión areal infinita.

Las condiciones iniciales, límites, y condiciones de conservación de masa son:

$$C(x, y, 0) = 0$$

$$C(\pm\infty, \pm\infty, t) = 0$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} C(x,y,t) dx dy = C_0 Q t$$

La solución es obtenida por la convolución en el tiempo de una solución para una fuente lineal elemental. Una función que satisface estas condiciones es (Hunt, 1978)

$$C(x,y,t) = \frac{C_0 Q}{4\pi\eta L} \frac{1}{\sqrt{D_x D_y}} \exp\left(\frac{xv}{2D_x}\right) W_{(a,b)}$$

Donde

$W_{(a,b)}$  es la función de fuga del pozo del acuífero.

$$a = \frac{R^2}{4D_x t};$$

$$b = \frac{Rv}{2D_x};$$

$$R^2 = \left[ x^2 + y^2 \left( \frac{D_x}{D_y} \right) \right]$$

La función de fuga del acuífero puede ser evaluada numéricamente utilizando siguiente definición recursiva, o se pueden usarse aproximaciones eficaces.

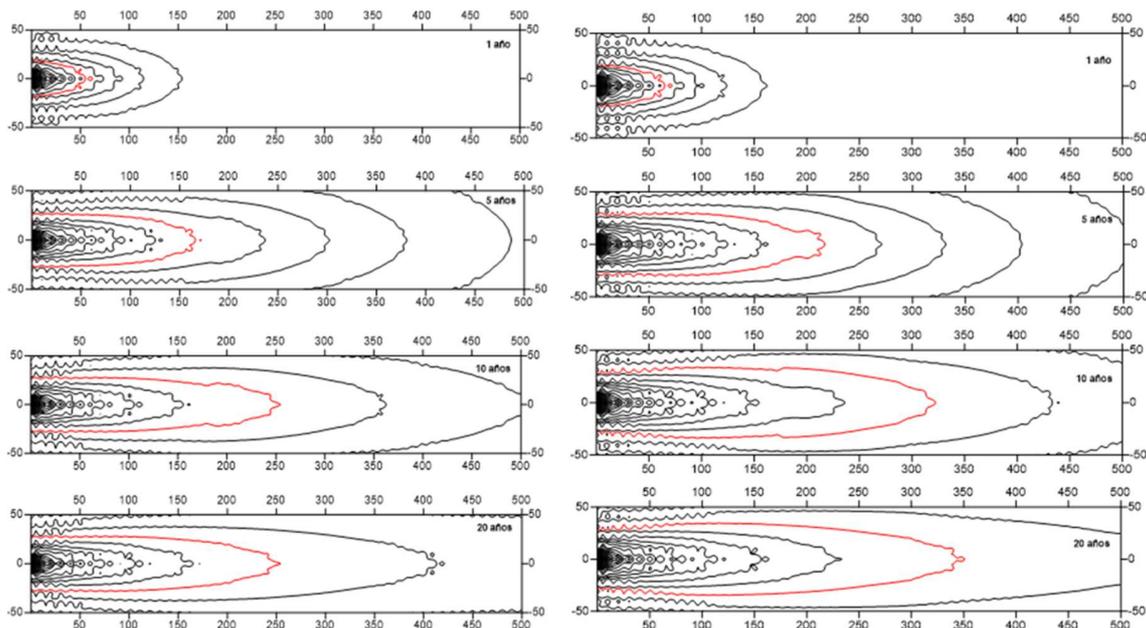
$$W_{(a,b)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E_{n+1}(a)}{n!} \left[ \frac{b^2}{4a} \right]^n ;$$

$$E_{n+1}(a) = \frac{1}{n} [exp^{-a} - aE_n(a)] ;$$

$$E_1(a) = \int_{-\infty}^a \frac{exp(x)}{x} dx$$

donde la función ( $E_1(a)$ ) es una simple integral exponencial.

Los resultados (Fig. 35) permiten concluir que es factible la inyección de las concentraciones propuestas y con el caudal de diseño, pues el caso más crítico (20 años de inyección constante sin degradación ni retardo) alcanza el umbral de sensibilidad ambiental a distancias de 10 metros (Pb, Cu, Hidrocarburos emulsionados) y 250 y 330, para el Cd y el V respectivamente, en un acuífero donde los tiempos de transito estimados son del orden de los 6,5 años.



**Fig. 35. Modelo 2D del destino y forma de la pluma contaminante del Cd para un periodo finitos de inyección constante (1; 5; 10; 20 años). En rojo el umbral de sensibilidad de la legislación ambiental vigente. Cadmio (Cd) (Izquierda); Vanadio (V) (Derecha).**

#### LONGITUD DE MEZCLA

La mezcla entre diferentes tipos de agua no ocurre de manera instantánea ni en el mismo punto donde convergen. Por el contrario, la mezcla total ocurre al cabo de un

cierto tiempo  $t$ , y a una distancia,  $L$ , del punto de contacto. Esa distancia, hasta que ocurre la mezcla total, se define como la “longitud de mezcla”.

Este indicador es una función de la dispersión hidrodinámica y, entre otras, permite estimar (en régimen transitorio) y definir (en régimen permanente) la distancia de seguridad ambiental de la descarga producidas tratadas y está condicionada por un conjunto de parámetros del movimiento advectivo – dispersivo. En otros términos, es la distancia a la cual un soluto conservativo o grupo de ellos, vertido en un flujo alcanza una mezcla tal que se produce un nuevo fluido que satura uniformemente la sección transversal de la corriente en movimiento (Constaín, 2012; Constaín, Villa, Bastidas, 2013). Una buena representación (Fig. 36) en sistemas de grietas y conductos se debe a Bear (1972). En el Manual: ERD-AG-003 se muestra una sección ilustrativa (Fig. 37).

En rigor, se presume que la mezcla completa se produce cuando el tiempo de residencia de la masa en una confluencia y la magnitud del coeficiente de difusión bastan para que se desarrolle una concentración uniforme del soluto en todo el recorrido (Smith y Schwartz, 1993), por lo que la elación entre la advección y la difusión puede caracterizarse en términos del Número de Péclet:

$$P = \frac{vr}{D}$$

Donde  $D$ , es el coeficiente de difusión;  $r$ , un radio característico de la intersección de la fractura y  $v$ , la velocidad promedio en el sistema de flujo.

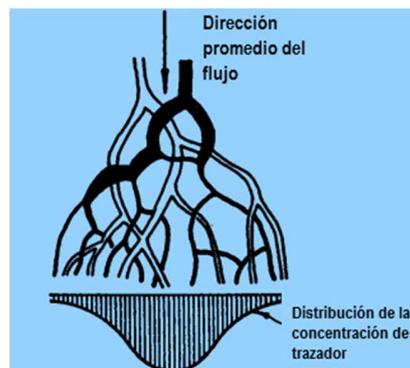
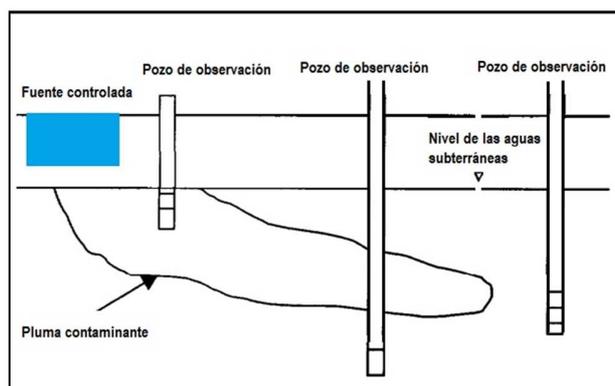


Fig. 36. Mezcla de dos fluidos en un sistema de flujo



**Fig. 37. Flujo lateral de pluma contaminante en las etapas iniciales de ingreso y movimiento en el acuífero (ligeramente modificado de ERD, 1998)**

El **retardo hidrogeoquímico** es el conjunto de procesos que, por razón de la afinidad química entre las reacciones provocan la aparición o degradación de las sustancias actuantes durante el transporte. Conduce a que se produzca un cierto lag entre el momento en que las sustancias interactúan y aquel en que aparecen nuevas sustancias o desaparecen o se degradan las ya existentes. También existe una componente de retardo físico que viene dada por filtración, decaimiento radioactivo y difusión hacia la matriz (Molerio, 1997).

La mayor parte de las sustancias disueltas en las aguas subterráneas no se mueven exactamente a la misma velocidad del agua. Ello se debe a que, en lugar de trasladarse con las moléculas de agua, una cierta parte de ellas está sometida a un variado conjunto de interacciones con el medio, es decir, con la fase inmóvil. Esta fase sólida incluye, en consecuencia:

- los granos de la matriz
- la superficie de una fractura
- los diferentes productos minerales de alteración expresados como material de relleno de grietas o cavernas
- el fino estrato capa de agua enlazado a la fase sólida
- el agua atrapada en cuerpos estáticos
- el agua que rellena los intersticios de los poros

Los mecanismos que condicionan el retardo químico son los siguientes:

- sorción
- intercambio iónico
- precipitación-disolución
- reacciones químicas

Bear y Bachmat (1990), Neretnieks (1993), Bear y Cheng (2010) ofrecen una descripción muy completa del proceso. Según ellos “los solutos disueltos en el agua se transportan por el agua en movimiento, pero también se mueven independientemente debido a otros mecanismos. Las moléculas pequeñas o los iones se difunden siguiendo un gradiente de concentración y pueden moverse de un “tubo de corriente” a otro. Volúmenes diferentes de agua se mueven con velocidades diferentes y se mezclan a intervalos más o menos regulares. Un tipo particular de mezclado puede describirse

como un proceso aleatorio del mismo tipo que la difusión y se describe bajo el concepto de dispersión de Fick (o Fickiana).

Las especies disueltas también pueden experimentar efectos cinéticos debidos a procesos físicos; uno de ellos, de especial impacto para el transporte de soluto en rocas fracturadas y cavernosas es la difusión hacia y desde zonas donde el agua se mueve a velocidades tan lentas que a todo efecto práctico se considera estática.

Estas zonas se encuentran en fracturas rugosas o con relleno por sedimentos o cristalizaciones (que no las sellen por completo). En rocas conectadas con una matriz porosa, el volumen de poros accesible de la matriz puede ser, incluso, mucho mayor que el volumen de agua móvil en la grieta (véase **Tabla**) y tal es la razón por la cual las especies que acceden al agua en los poros representan un volumen residente con un tiempo de residencia que está determinado por la suma de los volúmenes de agua en las facturas y del agua considerada estática (de hecho, en cada uno de los espacios constitutivos del universo de flujo (cársico o no, pero en cualquier caso de “porosidad” o “permeabilidad” doble o triple, recordando que con la inclusión del karst, el modelo es de “porosidad múltiple”).

En este punto, es importante reconocer que tales zonas estáticas se alcanzan por difusión, por lo que el volumen de agua “estática” que se accede depende del tiempo de residencia del agua en movimiento. Entre otras, ésta es una de las razones por las cuales durante el proceso de inyección somera debe considerarse con rigor el tiempo de residencia del agua en el dominio de flujo, suma de los tiempos de residencia en cada uno de los espacios constitutivos del dominio.

Parte del retardo y, con él, de la distancia a la que se alcanza la longitud de mezcla adecuada estriba en el hecho de que el flujo en medios fracturados y cársicos (triple y múltiple porosidad/permeabilidad) condicionan un flujo preferencial y que, bajo determinadas condiciones, los canales de flujo pueden ser divergentes hasta un punto tal que jamás lleguen a mezclarse los flujos en los conductos o que la mezcla se alcance solamente después de muy largos recorridos. Los patrones de tortuosidad son determinantes en este caso, y en espacios cársicos, de la laberinticidad, bifurcación y sinuosidad de las vías de circulación. Por ello, la mezcla que se requiere para alcanzar el dominio de la dispersión hidrodinámica de manera tal que pueda ser modelada como un proceso fickiano puede no ocurrir en extensión suficiente para la distancia de interés y, entonces, el proceso tiene que ser descrito (física y matemáticamente) por las payteas de flujo estratificado o en canales.

Es ciencia establecida, como señala Neretnieks (1993:46) que, en la ecuación de advección-dispersión, la dispersividad  $D_L$  se asume constante y, por ello, independiente de la distancia. Esa presunción se basa en observaciones en grandes distancias donde el flujo en las grietas se ha mezclado y remezclado repetidamente. En este sentido, la inyección somera aquí descrita aprovecha que, en profundidad, sobre todo a partir de algunos cientos de metros (la conductividad hidráulica disminuye exponencialmente en profundidad, a menos que se hayan desarrollado niveles de cavernamiento/carsificación a diferentes profundidades en el acuífero, las grietas están más separadas y se requieren mayores distancias para la mezcla. Por ello, en tanto los conductos no se intersecten en su totalidad, o solamente lo hagan algunos de ellos,

siempre habrá una mezcla incompleta y el transporte de masas no puede ser descrito rigurosamente por un modelo advectivo-dispersivo con dispersividad constante. En general, distancias menores de 50 metros no permiten una mezcla total, según se deriva de muchos ensayos con trazadores. En casos reales, nosotros hemos encontrado, excepcionalmente mezclas completas en acuíferos en los primeros 10 metros para ciertos constituyentes; sin embargo, por lo común, ello ha sido detectado más de 100 metros para la mayor parte de ellos.

Pero como se trata de fluidos en los que el agua inyectada es de mayor densidad que la del cuerpo receptor, el proceso añade una componente descendente adicional en la dirección del flujo que incrementa el espesor de la zona de mezcla. Pero también en este caso es necesario considerar que la dispersión tiene lugar tanto en régimen microscópico laminar (lineal) a lo largo de direcciones definidas y en régimen no lineal (turbulento) y ésta añade una componente adicional al proceso de mezcla.

Como ya se ha mencionado, es necesario prevenir las reacciones químicas y las respuestas físicas del sistema de flujo a lo largo de las zonas de mezcla.

La mezcla transversal al flujo provocada por la dispersión a escala local es un factor importante a considerar. Un estudio reciente de Cirpka (2015) provee las herramientas adecuadas para tratar el problema del control de la longitud de la pluma de agua inyectada en el caso de diferentes compuestos inyectados de manera continua (régimen permanente). Esta aproximación es particularmente conveniente en el caso del análisis bidimensional en acuíferos cársicos heterogéneos donde fenómenos locales de alta permeabilidad provocan un incremento de la mezcla transversal –al reducir las longitudes de difusión transversal- sobre el tiempo en que tiene lugar esta difusión reducida.

Cirpka (2015) establece una ley simple de escalamiento en dominios bidimensionales transfiriendo la ecuación de transporte en régimen permanente a coordenadas de líneas de corriente, toda vez que el factor de ampliación no depende de la escala. Más aun, las expresiones cerradas que este autor propone para la mezcla efectiva y su incertidumbre pueden derivarse para la velocidad para el caso de velocidades medias uniformes en campos multi-Gaussianos del campo de la conductividad logarítmica con una función exponencial de covarianza. Con esas expresiones, Cirpka estima la incertidumbre en las concentraciones en régimen permanente y las longitudes en las plumas reactivas.

Así, en medios homogéneos bidimensionales la longitud de las plumas en régimen permanente se desarrolla en relación inversa con el coeficiente de dispersión transversal si la reacción es instantánea e irreversible. Para la inyección sobre un espacio  $\mathbf{w}$ , entonces (Cirpka et al.2006, 2011):

$$L = \frac{w^2 v}{16D_i \cdot \left( \text{erf}^{-1}(X_{crit}) \right)^2}$$

Donde,

$\text{erf}^{-1}$  es la función inversa de error

$X_{\text{crit}}$ , la relación crítica de mezcla del agua de la pluma a la cual las concentraciones de los reactantes estará en relación estequiométrica de la reacción si los compuestos fuesen conservativos

Sobre el Índice de Dilución de Kitanidis para flujo transitorio, Rolle et al. Introdujeron el Índice de Dilución de Flujo para la mezcla en plumas en régimen permanente, que se expresa del modo siguiente:

$$E_Q(x) = \exp\left(-\int_A p_Q(x) \ln(p_Q(x)) q_x(x) dA\right)$$

Siendo,

$$p_Q(x) = \frac{c}{\int_A c q_x dA}$$

Donde,

$K$  es la conductividad hidráulica,

$\varphi$ , potencial

$\theta$ , porosidad

$D_l$ , dispersión longitudinal

$D_t$ , dispersión transversal

Las coordenadas de la función de corriente del segundo momento central son:

$$w_{\psi}^2(\Delta\varphi) = 2\theta \int_{\varphi_0 - \Delta\varphi}^{\varphi_0} K D_t d\varphi_*$$

Introduciendo un coeficiente equivalente de dispersión transversal,  $D_{\text{teq}}$  que, en un medio homogéneo puede definirse (Cirpka et al., 2011) como

$$D_t^{\text{eq}} = \frac{\langle K D_t \rangle}{K_{\text{eff}}}$$

Que es independiente de la escala. Aquí,  $K_{\text{eff}}$  la conductividad hidráulica efectiva y  $\langle \rangle$  el valor esperado del operador.

### ***Cálculo en sistemas acuíferos reales a partir de la distribución de la concentración a lo largo de una línea de flujo***

Para los valores de umbral de sensibilidad ambiental indicados por las autoridades cubanas en uno de los casos de disposición somera, la longitud de mezcla, para los factores de dilución que se requerían, fue estimada a partir del decaimiento de la concentración a lo largo de una línea de flujo mediante la expresión:

$$C = C_0 \exp\left(-\frac{\pi B p K \theta}{Q}\right)^2 r^2$$

Donde,

$C$ , concentración a la distancia  $x$  en el tiempo,  $t$ ;

$C_0$ , concentración de partida;  
 $E$ , coeficiente complejo de la dispersión;  
 $p$ , porosidad;  
 $B$ , espesor del acuífero;  
 $G$ , constante;  
 $r$ , distancia;  
 $Q/2\pi rBp$ , velocidad intersticial a la distancia  $r$  del pozo y  $Q$ , caudal de recarga o descarga;  
 $\theta$ , coeficiente de reactividad agua/roca, que en este caso se tomó equivalente a 0,05.

Esta primera aproximación, cuyos resultados se grafican en la Fig 38. permite juzgar a priori, sobre la efectividad de asimilación del cuerpo receptor a partir de la data de entrada.

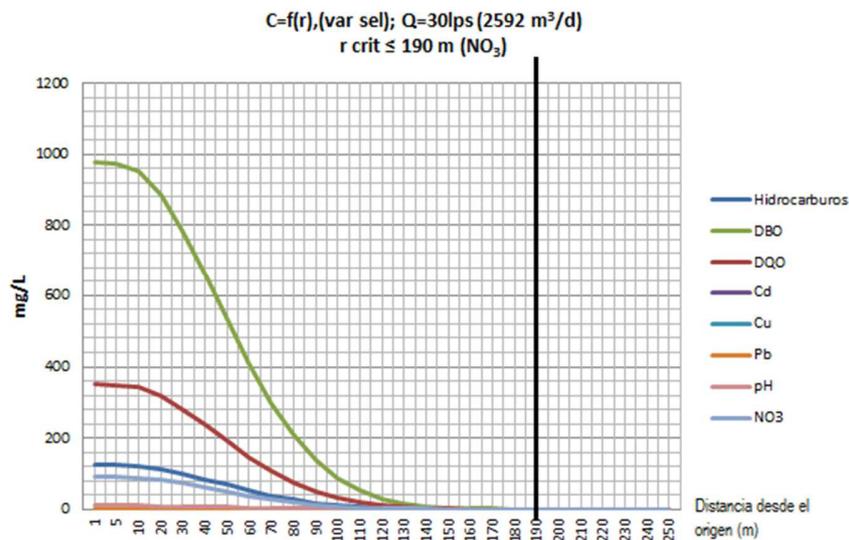
Tres modelos más fueron aplicados para definir las alternativas de factibilidad ambiental:

$$c_{IRR}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t}} \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{4D_L t}\right]$$

$$c_{IRF}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{x+vt}{2v\sqrt{4\pi D_L t^3}} \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{4D_L t}\right]$$

$$c_{IFF}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{x}{v\sqrt{4\pi D_L t^3}} \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{4D_L t}\right]$$

Donde,  
 $M$ , masa inyectada o actividad  
 $n$ , porosidad  
 $S$ , área de la sección transversal normal a la dirección del flujo  
 $D_L$ , dispersión longitudinal

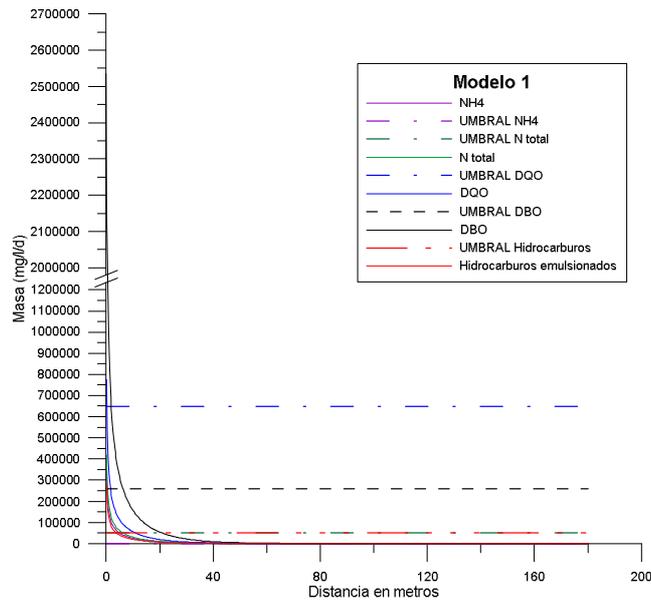


**Fig. 38. Decaimiento de los contaminantes índice para el umbral ambiental requerido**

Los resultados favorables de los modelos en el caso de estudio aquí mencionado se presentan en las Figs. 39-44 para los valores de umbral y condiciones iniciales referidos en las figuras y se resumen en la Tabla 6.

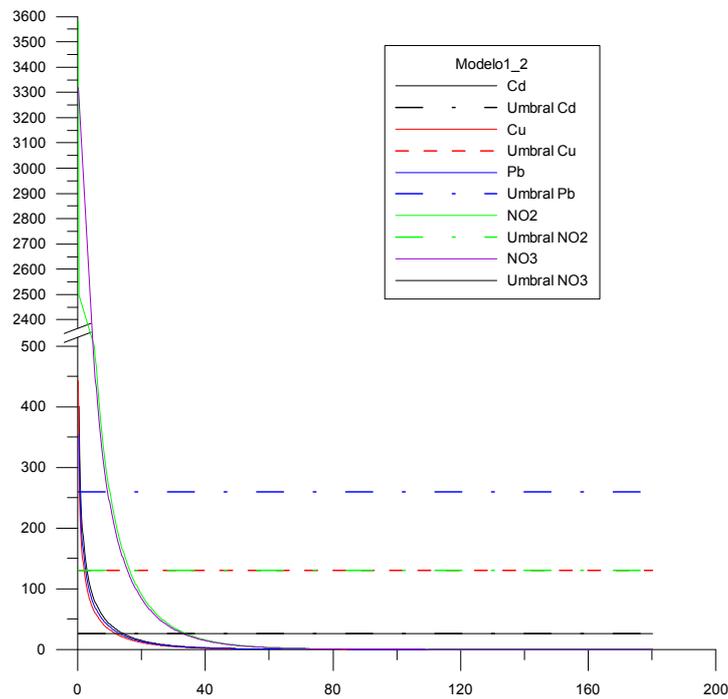
**Tabla 6. Distancia (L) y tiempo de arribo (t) de los contaminantes índice (mg/L) en un caso de disposición somera a un cuerpo receptor acuífero salinizado.**

Elemento	L (metros)	t (días)	M Umbral	M Modelo 1	M Modelo 2	M Modelo 3	Conc. Umbral	Conc Modelo 1	Conc Modelo 2	Conc Modelo 3
Hidrocarburos emulsionados	3.82	18.00	51840.00	50425.87	50521.37	50616.88	20	19.45	19.49	19.53
DBO	6.36	30.00	259200.00	254972.42	255455.32	255938.22	100	98.37	98.56	98.74
DQO	0.42	2.00	648000.00	539285.69	540307.06	541328.44	250	208.06	208.45	208.85
N total	6.15	29.00	51840.00	51147.57	51244.44	51341.31	20	19.73	19.77	19.81
Cd	14.42	68.00	25.92	25.37	25.42	25.47	0.01	0.01	0.01	0.01
Cu	2.12	10.00	129.60	122.14	122.37	122.60	0.05	0.05	0.05	0.05
Pb	0.85	4.00	259.20	243.14	243.60	244.06	0.1	0.09	0.09	0.09
NH4	76.96	363.00	77.76	76.23	76.38	76.52	<0.03	0.03	0.03	0.03
NO2	16.54	78.00	129.60	126.92	127.16	127.40	<0.05	0.05	0.05	0.05
NO3	33.07	156.00	25.92	25.60	25.65	25.70	0.01	0.01	0.01	0.01



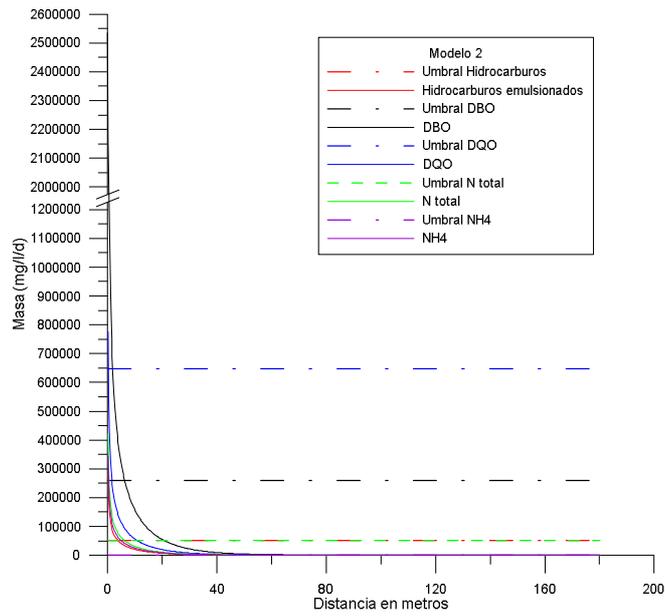
**Fig. 39. Distribución de los componentes índice a lo largo de una línea de flujo en el modelo 1**

$$c_{IRR}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t}} \exp\left[-\frac{(x - vt)^2}{4D_L t}\right]$$



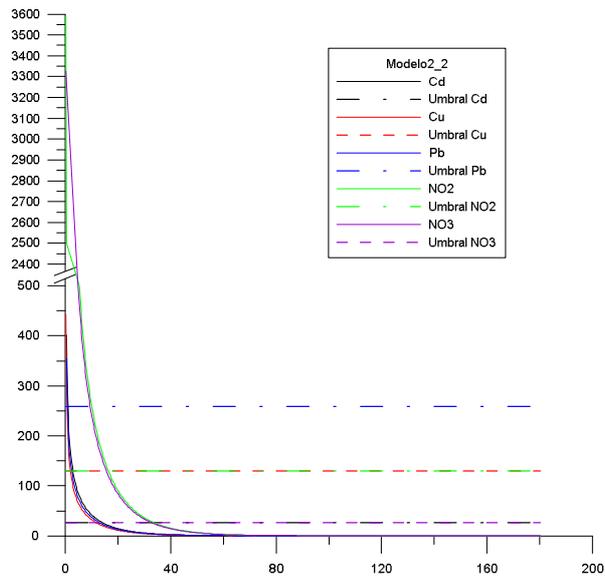
**Fig. 40. Distribución de los componentes índice a lo largo de una línea de flujo en el modelo 1**

$$c_{IRR}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{1}{\sqrt{4\pi D_L t}} \exp\left[-\frac{(x - vt)^2}{4D_L t}\right]$$



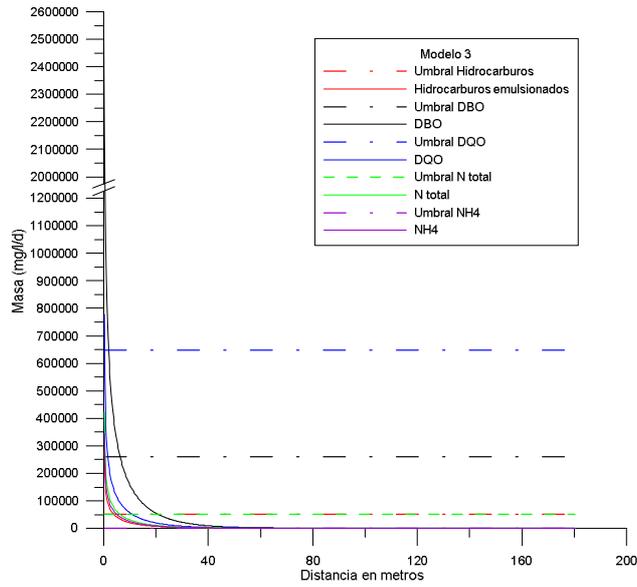
**Fig. 41. Distribución de los componentes índice a lo largo de una línea de flujo en el modelo 2**

$$c_{IRF}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{x + vt}{2v\sqrt{4\pi D_L t^3}} \exp\left[-\frac{(x - vt)^2}{4D_L t}\right]$$



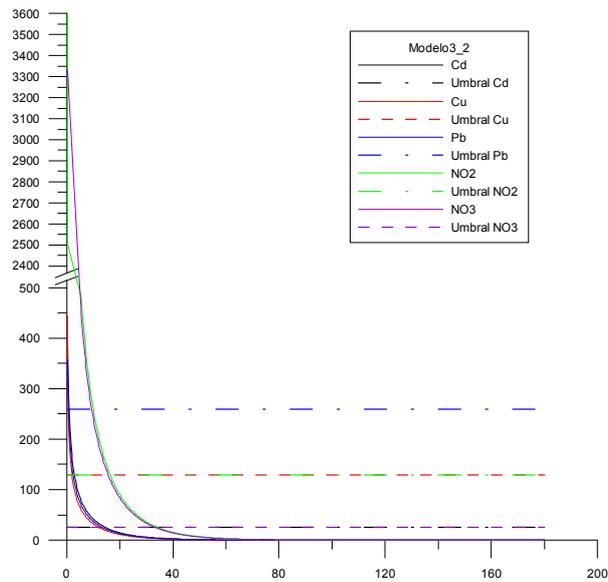
**Fig. 42. Distribución de los componentes índice a lo largo de una línea de flujo en el modelo 2**

$$c_{IRF}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{x + vt}{2v\sqrt{4\pi D_L t^3}} \exp\left[-\frac{(x - vt)^2}{4D_L t}\right]$$



**Fig. 43. Distribución de los componentes índice a lo largo de una línea de flujo en el modelo 3**

$$c_{IFF}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{x}{v\sqrt{4\pi D_L t^3}} \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{4D_L t}\right]$$



**Fig. 44. Distribución de los componentes índice a lo largo de una línea de flujo en el modelo 3**

$$c_{IFF}(x, t) = \frac{M}{nS} \frac{x}{v\sqrt{4\pi D_L t^3}} \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{4D_L t}\right]$$

***Cálculo en acuíferos costeros salinizados: influencia de las mareas***

En este caso se ha aplicado el algoritmo del Wu et al. (2018?) quienes demostraron que las estructuras complejas de transporte y dinámica se manifiestan en acuíferos cuyo régimen está forzado por las mareas y que, en ellos, el transporte de soluto, las

reacciones y el comportamiento de la mezcla es muy diferente al que se debería del esquema convencional de flujo Darciano.

Los efectos del forcing de la marea sobre el campo de transmisividad en un acuífero cársico litoral libre no confinado) y la dirección del flujo fueron ya demostrados por Molerio (2006) y mencionados más arriba. De manera indirecta, ello implica una dependencia del tiempo del campo de propiedades físicas, como en otro momento se ha señalado (Molerio, 1984). El cambio en los controles y volúmenes de transporte de masas debido a este efecto son notables, según muestran los resultados del monitoreo de la composición química de las aguas en esos sistemas y soportan perfectamente los resultados de Wu et al. (2018?) y los de Trefry et al. (2019, 2020).

El concepto fundamental es que la frontera de marea es un potencial fluctuante periódico y su interacción con el gradiente general de flujo en un acuífero con conductividad hidráulica espacialmente heterogénea, ahora complicado con la pluma multifásica, puede dar lugar a una dinámica compleja de transporte. El modelo conceptual de Wu et al (2018?) se presenta en la Fig. 45.

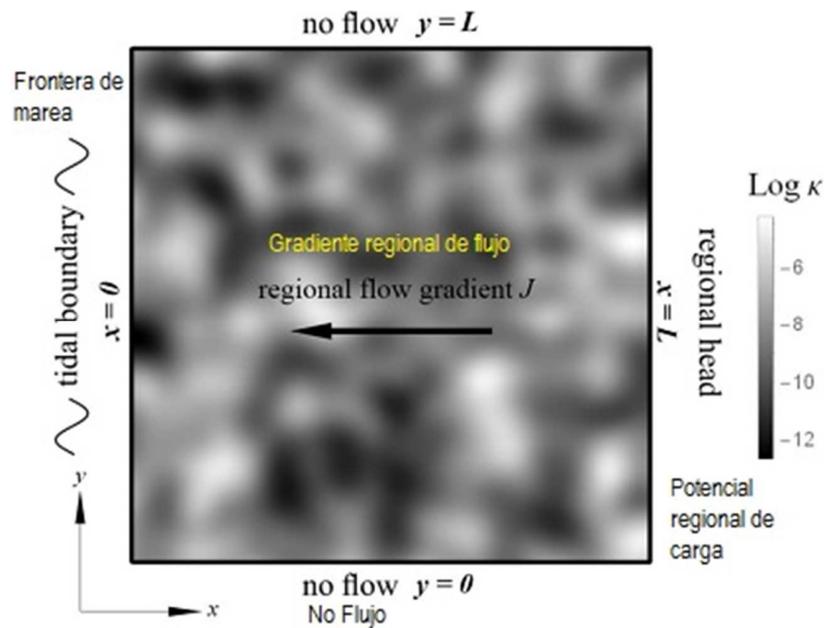


Fig. 45. Esquema del modelo 2D de Wu et al. (2018?) con condiciones de borde y heterogeneidad espacial de  $K$

Después de algunas transformaciones, y a partir de modelo clásico de Bear (1972),

$$\mathbf{q} = -K\nabla h,$$

$$\varphi(h) = \varphi_{\text{ref}} + S(h - h_{\text{ref}}),$$

Wu y sus coautores llegan a la ecuación general,

$$\frac{\partial h}{\partial y}|_{y=0} = \frac{\partial h}{\partial y}|_{y=L} = 0, \quad h(L, y, t) = JL, \quad h(0, y, t) = g(t),$$

En las que,

$h$ , es la presión de carga sobre un valor de referencia  $h_{ref}$

$\phi$ , la porosidad sobre un valor de referencia  $\phi_{ref}$

$S$ , almacenamiento considerado constante derivado de la migración de partículas sólidas en respuesta a los gradientes en  $h$ , tomando en cuenta que estas variaciones son debidas a compresión diferencial o consolidación

$K(x)$ , es la conductividad hidráulica heterogénea pero isotrópica que varía en el espacio coordenado  $x = (x, y)$

$g(t) = g_p e^{i\omega t}$ , es la función periódica de forcing de marea

Esta función que es multimodal, Wu et al. (2018?) la simplifican tomando en cuenta que la multimodalidad complejiza mucho más el desarrollo de la dinámica de transporte en acuíferos con forcing transitorio, de manera que  $g(t)$  es una función de Fourier unimodal con frecuencia  $\omega$ , período  $P=2\pi/\omega$  y amplitud  $g_p$ .

De este modo se llega a la expresión siguiente,

$$\mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{q}_s(\mathbf{x}) + \mathbf{q}_p(\mathbf{x}, t) \equiv \mathbf{q}_s(\mathbf{x}) + \mathbf{q}_p(\mathbf{x})e^{i\omega t}$$

que describe el flujo darciano en un punto fijo del acuífero en un período de forcing,

$$P = 2\pi/\omega \text{ if } \|\mathbf{q}_p(\mathbf{x})\| > 0$$

con componentes periódicas y aperiódicas, estacionarias y la inversión ocurre en un punto  $x$  del acuífero durante el período de forcing si la magnitud del flujo periódico en cualquier punto es mayor que la del flujo permanente,

$$\|\mathbf{q}_p(x, t)\| > \|\mathbf{q}_{sp}(x, t)\|$$

### TRANSPORTE DE CALOR

Las aguas de capa que se pretende disponer con esta tecnología se extraen del yacimiento con una temperatura relativamente alta.

En los casos estudiados en Cuba, esa temperatura es de alrededor de 81°C y, durante el proceso de tratamiento se rebajan hasta alrededor de 31,5°C como promedio, pero en no pocos casos, la temperatura de inyección puede ser el doble de ésta. Con tales temperaturas son inyectadas en capas ya no productivas del yacimiento a profundidades entre 2000 y 3000 metros. En el estudio que se conduce, cuyos principios básicos han sido enunciados en artículos anteriores (Molerio, 2015, 2017, 2020a, 2020b) se evalúa la posibilidad de reducir al mínimo la presión de inyección y, preferiblemente, evitarla, disponiendo las aguas de capa tratadas en un acuífero somero libre a semilibre carsificado y salinizado por intrusión marina que yace entre 20 y 40 m de profundidad.

La modelación de los procesos de intercambio de temperatura se ha basado en los enunciados clásicos de Stallman (1960, 1965) y Cartwright (1968, 1974).

De acuerdo con estos autores, la transferencia simultánea de calor y fluido (Modelo de Stallman-Cartwright) puede expresarse del modo siguiente (Fig. 46):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{c_w \rho_w}{k} \left( \frac{\partial v_x T}{\partial x} + \frac{\partial v_y T}{\partial y} + \frac{\partial v_z T}{\partial z} \right) = \frac{c \rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Donde,

T, es la temperatura en cualquier punto en el tiempo t

x, y, z coordenadas cartesianas de referencia

v, velocidad del flujo en la dirección indicada por los subíndices x,y,z

$c_w$ , calor específico del agua

c, calor específico del complejo roca-fluido

$\rho$ , densidad del complejo roca-fluido

$\rho_w$ , densidad del agua

k, conductividad térmica del complejo roca-fluido

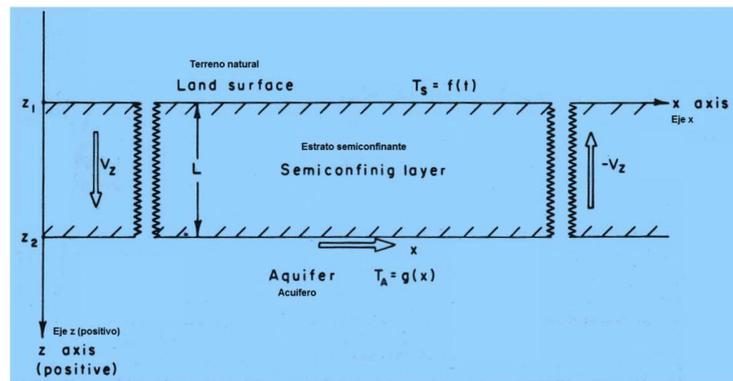


Fig. 46. Modelo conceptual del sistema de flujo (según Cartwright, 1974)

El fluido y el flujo conductivo de calor ocurren verticalmente paralelos al eje  $z$  en régimen permanente y flujo uniforme y bajo la condición adicional de que la temperatura del fluido y la roca son las mismas todo el tiempo en todo el sistema. Condición de borde adicional es que las propiedades térmicas son constantes en tiempo y espacio para flujo unidimensional vertical de calor y fluido la ecuación anterior se simplifica a:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \left( \frac{c_w \rho_w v_z}{k} \right) \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Donde ahora,

$\alpha$  es la difusividad térmica que equivale a  $c_w \rho_w / k$

t, tiempo desde el inicio del flujo

P, período de la fluctuación de temperatura del aire

La oscilación anual de calor se describe por una onda sinusoidal de temperatura:

$$T_s = f(t) = T_m + Tr \sin\left(\frac{2\pi t}{P}\right) \text{ para el caso } z = 0$$

La temperatura en el infinito se asume que está afectada por la temperatura ambiente en superficie que, en el límite, es igual a la temperatura ambiente media y por la del fluido, que en el límite es igual a la temperatura media del agua inyectada; es decir,

$$\lim_{z \rightarrow \infty} T_z = T_{mz}$$

La solución general del modelo es:

$$T_z = T_r \exp\left[-z \left( \sqrt{\left( \sqrt{E^2 + \frac{F^4}{4}} \right) + \frac{F^2}{2}} - F \right) \right] \left[ \left( \sin \frac{2\pi T}{P} \right) - \left( z \sqrt{\left( \sqrt{E^2 + \frac{F^4}{4}} \right) + \frac{F^2}{2}} \right) \right]$$

En la que,

$$E = \frac{\pi}{\alpha_0} P$$

$$F = \frac{c_w \rho_w v_z}{2k_0}$$

Esta ecuación, debida a Cartwright (1974), describe el flujo simultáneo de calor y fluido en un medio poroso uniforme y puede aplicarse en la descripción del flujo de calor entre la superficie y un acuífero somero considerando que el efecto de la onda sinusoidal de temperatura del aire es despreciable en la interface entre la capa confinante y el acuífero y que la temperatura del acuífero es constante.

El efecto de flujo horizontal sobre la temperatura del suelo puede encontrarse determinando la temperatura del acuífero y asumiéndola constante en cualquier punto añadiéndole los efectos de conducción del calentamiento/enfriamientos periódicos de la superficie al flujo permanente de calor entre el acuífero y la superficie. Para flujo de calor permanente en la zona no saturada (que se hace 0 en condiciones de semiconfinamiento o aislamiento del sistema aplicando propagación  $\delta$  de Dirac), la solución es (Molerio 1992c, 1992d; Molerio, Guerra y Leal, 2013):

$$T_{za} = -\frac{z_1 T_A - z_2 T_m}{L} + \frac{(T_A - T_m)z}{L}$$

En la que,

$T_{za}$ , es la temperatura resultante de los efectos del acuífero

$T_A$ , la temperatura a la profundidad  $z_2$  (la interface acuífero-capa confinante)

$T_m$  es la temperatura media del suelo

$L$ , espesor de la capa confinante

Para cualquier profundidad (puesto que T no es función del tiempo) la solución simultánea es:

$$T_{z=} = T_r \exp\left[-z(E)^{1/2}\right] \sin\left[\left(\frac{2\pi t}{P}\right) - z(E)^{1/2}\right] - \frac{z_1 T_A - z_2 T_m}{L} + \frac{(T_A - T_m)z}{L}$$

En la que,

$$L = z_2 - z_1$$

La distribución de T a lo largo de una la distancia x en la línea superior de flujo (tope del acuífero) es:

$$T_A = g(x) = T_{Acuando x=0} + \frac{k_A x}{c_w \rho_w v_x} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

### ***Solución del problema del transporte de calor en un caso de estudio real***

El decrecimiento de la onda de temperatura con la profundidad en un semi espacio semi-infinito puede expresarse entonces como:

$$T = T_0 \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi}{p\alpha}}\right)$$

Donde,

T, amplitud de la onda a la profundidad x (°C)

T<sub>0</sub>, la amplitud de la onda en superficie (°C)

X, profundidad (cm)

P, período de la onda (segs)

α, difusividad térmica (cm<sup>2</sup>)

El calor añadido a una columna de roca se define como:

$$H_w = (T_r - T_g) + (T_{capa} - T_{ac}) C_w h_w$$

Donde,

H<sub>w</sub>, calor añadido

T<sub>r</sub>-T<sub>g</sub>, la temperatura media del agua de lluvia menos la temperatura media de los primeros 200 cm de suelo

C<sub>w</sub>, la capacidad calorífica del agua

H<sub>w</sub>, la columna de agua que ingresa en el suelo

El cambio de temperatura que resulta de la adición de calor a una columna de suelo de espesor L es igual al calor añadido dividido por la capacidad calorífica total de la columna de suelo; es decir:

$$\Delta T = \frac{H_w}{L} (C_s \rho_s + C_w \rho_w a)$$

Los valores de entrada y salida del modelo se resumen en la Tabla 7. La Fig. 47 muestra los resultados de la simulación.

**Tabla 7. Variables y valores de entrada/salida del modelo de transporte de calor en un caso de estudio**

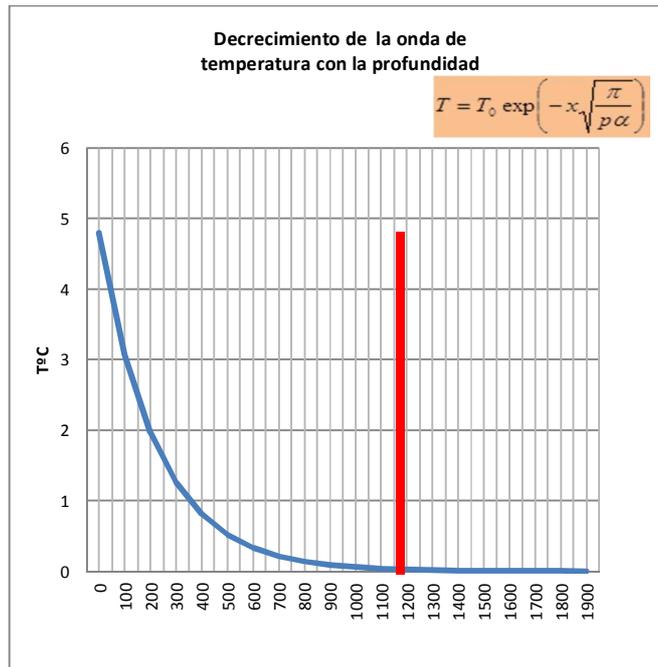
<b>Variables</b>	<b>Entrada</b>	<b>Salida</b>
Espesor de la columna de suelo	200 cm	
Temperatura del agua de capa	60°C	
Temperatura del agua del acuífero	24°C	
Temperatura del agua de capa tratada en el punto de inyección	31,5°C	
Diferencia de temperatura (agua de lluvia-suelo)	2°C	
Densidad del suelo	1,78 g/cm <sup>3</sup>	
Densidad del agua	1 g/cm <sup>3</sup>	
Calor añadido		1900 cal/cm <sup>2</sup>
Cambio de temperatura por calor añadido		7,5°C
Distancia desde la fuente a la que se disipa totalmente el calor añadido		12 m

La aceptabilidad ambiental del acuífero cársico salinizado de aguas de alta temperatura es uno de los elementos básicos para fundamentar el proyecto de inyección somera de aguas de capa tratadas (Molerio, 2015). Los resultados obtenidos, aunque susceptibles de ser refinados aún más, son suficientemente rigurosos y satisfactorios para justificar el proyecto. La forma en que ello afecta la movilidad de los componentes (macro, y microelementos) no afecta sustancialmente el cuadro ambiental general. Pero desde el punto de vista teórico, se trabaja en la modelación de la zona de influencia cercana; es decir, en los 12 metros alrededor del punto de inyección.

Una limitación de este estudio y, en general, de investigaciones similares, como ha señalado Covington et al. (2011), es el hecho de que los modelos propuestos para calcular el intercambio de calor entre el agua subterránea y los conductos cársicos descansan en presunciones que no han sido examinadas en detalle tanto desde la perspectiva teórica como desde las observaciones de campo.

En particular, el tema de la convección resulta de especial significación, toda vez que la mayor parte de los modelos asumen que la transferencia de calor entre el agua (o el aire) y los conductos son controladas por transporte convectivo. Asumiendo una temperatura constante de la roca en las paredes del conducto. Esto último, sin embargo, es consistente con resultados obtenidos por el autor y tiene una importancia destacada en el control de los procesos de evaporación/condensación en los conductos cársicos (Molerio, 1992a, 1992b; Molerio, Fariñas, Azcue, 1990; Molerio, Guerra y Leal, 2013).

Especialmente importante es definir el efecto de la conducción, convección, evaporación, condensación en los conductos cársicos, la tasa de flujo y la radiación en los aportes y los flujos superficiales y subterráneos y la mezcla entre ambos. El papel de conductos saturados completamente no se conoce y es tema de investigación.



**Fig. 47.** Disipación de la onda de temperatura del agua con la profundidad. La línea vertical marca la distancia desde el origen en que se anula totalmente el cambio de temperatura.

***Modelo teórico de los procesos térmicos en medios de doble permeabilidad***

De acuerdo con Kazemi y Gilman (1993), la conducción de calor desde una grieta hacia la matriz rocosa transcurre más rápido que la difusión o la imbibición y tal es la razón que sustenta la aplicación de la inyección de vapor para la recuperación secundaria de petróleo.

En escenarios de doble permeabilidad, la simulación de los procesos térmicos se basa en el balance de masas de cada componente, incluyendo el agua que puede estar presente en las fases líquidas o gaseosas. Esos autores plantean la ecuación de balance de energía del modo siguiente:

- a) Para la grieta:

$$\begin{aligned}
& \Delta K_{\hat{T}_f} \Delta \hat{T}_f + \Delta \left[ T_{of} \xi_{of} H_{of} (\Delta p_{of} - \gamma_{of} \Delta D_f) \right] + H_{of} \xi_{of} q_{of} \\
& \quad + \Delta \left[ T_{wf} \xi_{wf} H_{wf} (\Delta p_{wf} - \gamma_{wf} \Delta D_f) \right] + H_{wf} \xi_{wf} q_{wf} \\
& \quad + \Delta \left[ T_{gf} \xi_{gf} H_{gf} (\Delta p_{gf} - \gamma_{gf} \Delta D_f) \right] + H_{gf} \xi_{gf} q_{gf} \\
& \quad + \tau_o \xi_{omf} H_{omf} + \tau_w \xi_{wmf} H_{wmf} + \tau_g \xi_{gmf} H_{gmf} \\
& \quad - K_{\hat{T}_{mf}} (\hat{T}_f - \hat{T}_m) + q_{rf} \\
& = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left[ \phi_f (\xi_{of} S_{of} U_{of} + \xi_{gf} S_{gf} U_{gf} + \xi_{wf} S_{wf} U_{wf}) \right]
\end{aligned}$$

b) Para la matriz:

$$\begin{aligned}
& \Delta K_{\hat{T}_m} \Delta \hat{T}_m + \Delta \left[ T_{om} \xi_{om} H_{om} (\Delta p_{om} - \gamma_{om} \Delta D_m) \right] + H_{om} \xi_{om} q_{om} \\
& \quad + \Delta \left[ T_{wm} \xi_{wm} H_{wm} (\Delta p_{wm} - \gamma_{wm} \Delta D_m) \right] + H_{wm} \xi_{wm} q_{wm} \\
& \quad + \Delta \left[ T_{gm} \xi_{gm} H_{gm} (\Delta p_{gm} - \gamma_{gm} \Delta D_m) \right] + H_{gm} \xi_{gm} q_{gm} \\
& \quad + \tau_o \xi_{omf} H_{omf} + \tau_w \xi_{wmf} H_{wmf} + \tau_g \xi_{gmf} H_{gmf} \\
& \quad - K_{\hat{T}_{mf}} (\hat{T}_f - \hat{T}_m) + q_{rm} \\
& = \frac{V_R}{5.6146 \Delta t} \Delta_t \left[ \phi_m (\xi_{om} S_{om} U_{om} + \xi_{gm} S_{gm} U_{gm} + \xi_{wm} S_{wm} U_{wm}) \right] \\
& \quad + (1 - \phi_t) \rho_s c_s (\hat{T}_m - \hat{T}_b)
\end{aligned}$$

Donde  $q_r$  es el calor de reacción, que representa las reacciones cinéticas como la generación de calor que resulta de la combustión “in situ” o de cualesquiera reacciones químicas.

De ahí, la entalpía  $H$ , y la energía interna,  $U$ , de las fases petróleo y gas vienen dadas por (los otros términos se definieron más arriba):

$$\begin{aligned}
H_o &= \sum_{i=1}^n x_i H_{oi} \\
H_g &= \sum_{i=1}^n y_i H_{gi}
\end{aligned}$$

$$U_o = \sum_{i=1}^n x_i U_{oi}$$

$$U_g = \sum_{i=1}^n y_i U_{gi}$$

En la dirección  $\mathbf{x}$ , los **coeficientes de conductividad térmica** son:

a) Para la grieta

$$K_{\hat{T}_{fx}} = \frac{\Delta y \Delta z}{5.6146 \Delta x} \left[ \phi_f \left( S_{wf} k_{\hat{T}_{wf}} + S_{of} k_{\hat{T}_{of}} + S_{gf} k_{\hat{T}_{gf}} \right) \right]$$

b) Para la matriz

$$K_{\hat{T}_{mx}} = \frac{\Delta y \Delta z}{5.6146 \Delta x} \left[ \phi_m \left( S_{wm} k_{\hat{T}_{wm}} + S_{om} k_{\hat{T}_{om}} + S_{gm} k_{\hat{T}_{gm}} \right) + (1 - \phi_t) k_{\hat{T}_s} \right]$$

c) Para la Grieta/Matriz:

$$K_{\hat{T}_{mf}} = \frac{\sigma V_R}{5.6146} \left[ \phi_m \left( S_{wm} k_{\hat{T}_{wm}} + S_{om} k_{\hat{T}_{om}} + S_{gm} k_{\hat{T}_{gm}} \right) + (1 - \phi_t) k_{\hat{T}_s} \right]$$

#### NOTA FINAL

El difícil y complejo equilibrio entre las acciones de exploración y producción de petróleo, sobre todo onshore, y los requerimientos de minimización e impactos ambientales negativos solamente puede lograrse mediante la aplicación de técnicas nobles, amigables con el entorno y, a la vez, de concepción robusta y de rigurosa aplicación y vigilancia.

Ello puede lograrse solamente a partir del compromiso entre los actores involucrados: Academia-Consultor-Gobierno-Empresa petrolera-Comunidad. Si bien es inadmisibles arriesgar o deteriorar el medio ambiente también es incoherente e insustancial a negativa al desarrollo. Sobre todo, si debe, como con voluntad política puede lograrse, armonizar los resultados de los beneficios económicos en una dirección de sustentabilidad ambiental periférica (que favorezca a los medios físico, biótico y socioeconómico).

En esa dirección se ha inscrito la aproximación a la solución de la disposición final de aguas de capa tratadas de yacimientos gasopetrolíferos. Aplicada con éxito en los sensibles ambientes del karst litoral cubano y ensayada en otras regiones vulnerables, como los entornos de pequeñas islas del Trópico Húmedo, el método se fundamenta en aproximaciones físicas y matemáticas cuya validez ha sido comprobada en los campos teóricos y aplicados.

Las soluciones ingenieras que se derivan de esta tecnología no resultan de compleja aplicación y resultan, entre otras, en un notable ahorro energético al disminuir con creces los costos de inyección profunda y de mantenimiento de los pozos destinados a la disposición de aguas de capa tratadas, sobre todo, en aquellos casos en que la

inyección de estas aguas no contribuya en lo absoluto a mantener la presión de capa o contribuya a incrementar la inundación de las capas o del campo.

La Habana, Abril 25, 2021

## REFERENCIAS

Alberic, P. (2004): **River backflooding into a karst resurgence (Loiret, France)** Journal of Hydrology 286 (2004) pp194–202

Amado G., E., L.H. Blanco. 2010. **Aplicación del Modelo de Interacción Iónica de Pitzer a coeficientes osmóticos de soluciones de KCl en función de la temperatura.** Revista BISTUA :31-46

Antigüedad. I.; M. Arellano; M.L. Calvache; M.V. Esteller; J.R. Fagundo; M.A. Gómez; A. González; A. González; J. Gutiérrez; H. Llanusa; M. López; L.F. Molerio; T. Morales; I. Morell; I. Mugerza & A. Pulido (1997): **Curso Avanzado sobre Contaminación de Aguas Subterráneas. Monitoreo, Evaluación, Recuperación.** 2 vols., Castellón, 324:

Back, W. (1960): **Origin of hydrogeochemical facies of ground water in the Atlantic coastal plain.** Geochemical Cycles: 21st International Geologic Congress, Part 1, :87–95

Back, W. (1966): **Hydrochemical facies and ground-water flow patterns in northern part of the Atlantic Coastal Plain.** U.S. Geological Survey Professional Paper 498A, 42:

Badon Ghyben W (1888-1889): **Nota in verband met de voorgenomen putboring nabij, Amsterdam**

Barends, F.B.J. (1978): **Advanced methods in groundwater flow computation,** LGM Medelingen. Delft Soil Mech. Lab, Part XIX (1), March, (2) June, (3) Sep, (4) Dec.150:

Bear, J. (1972): **Dynamics of fluids in porous media.** Dover edition, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York,756:

Bear, J. y Y. Bachmat (1990): **Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media.** Kluwer Academic Publishers, Dordrecht / Boston / London 553:

Bear, J. y J.M. Buchlin (1991): **Modelling and applications of transport phenomena in porous media.** Springer Science+Business Media Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 380:

Bear, J., A. H.-D. Cheng (2010): **Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport.** Jacob Bear [Ed]: **Theory and Applications of Transport in Porous Media.** Volume 23. Springer Dordrecht, Heidelberg, London, New York, 834:

Bear, J., A. H.-D. Cheng, S. Sorek, D. Ouazar, I. Herrera (1999): **Seawater Intrusion in Coastal Aquifers. Concepts, Methods and Practices.** Springer Science + Business Media Dordrecht. **Theory and Applications of Transport in Porous Media,** Vol 14, 625:

Bear, J. D. Zaslavsky, S. Irmay (1968): **Physical principles of water percolation and seepage.** Arid Zone Research, UNESCO, Paris, 465:

Bögli, A. (1960): **Kalklösung und Karrendildung**. Z. Geomorph. Supp. 2, Internatl. Beitr. Karstmorphologie:4-21

Bögli, A. (1980): **Karst Hydrology and Physical Speleology**. Springer-Verlag, Heidelberg, 284:

Borichansky, L.S. (1961): **Método de cálculo de la distribución de la salinidad del agua en la predeembocadura de los ríos en aguas costeras**. Trabajos de la Academia de Ciencias de la URSS, 10, 1 (en ruso)

Borichansky, L.S.; V.N. Mikhailov (1966): **Interaction of river and sea water in the absence of tides. Scientific Problems of the Humid Tropical Zone Deltas and their Implications**. Proc. Dacca Symp., UNESCO, Paris, pp 175-180

Brown, M.C., T.M.L. Wigley (1969): **Simultaneous tracing and gaging to determine water budgets in inaccessible karst aquifers**. Proc. 5<sup>th</sup> Internatl Congr. Speleol, Band 5, Hydrologie des Karstes, Hy 3/1-3/5

Carnahan, C.L. (1976): **Non-equilibrium thermodynamics of groundwater flow systems: symmetry properties of phenomenological coefficients and considerations of hydrodynamic dispersion**. Jour. Hydrol. 31:125-150

Cartwright, K. (1968): **Temperature prospecting for shallow glacial and alluvial aquifers in Illinois**. III. Geol Surv. Circ. 433, 41:

Cartwright, K. (1974): **Tracing shallow groundwater systems by soil temperatures**. Water Resour. Res. 10:847-855

Chebotarev, I. I. (1955): **Metamorphism of natural waters in the crust of weathering—**1. Geochimica et Cosmochimica Acta, vol. 8, Issue 1-2, :22-32

Cirpka, O.A. (2015): **Transverse mixing in heterogeneous aquifers**. 7th Groundwater Symposium of the Internatl. Ass. Hydro-Environment Eng.Res. (IAHR). Procedia Environmental Sciences 25 (2015):66 – 73

Cirpka, O.A., F.P.J. de Barros, G. Chiogna, M. Rolle, W. Nowak (2011): **Stochastic flux-related analysis of transverse mixing in two-dimensional heterogeneous porous media**. Water Resour. Res., 47 (2011).

Cirpka, O.A. A. Olsson, Q.S. Ju, M.A. Rahman, P. Grathwohl (2006): **Determination of transverse dispersion coefficients from reactive plume lengths**. Ground Water, 44 (2006) 212-221.

Constain Aragón, A.J. (2012): **Aplicaciones prácticas del principio ergódico a la condición de “longitud de mezcla” usando trazador: análisis de dos cauces naturales en Colombia (Río Pance y Río Cali)**. Aqua-LAC, 4 (1), Mar. 2012:30 - 40.

Constain-Aragón, A., P. Villa, G. Andrés Bastidas (2013): **Nuevo método para determinar la longitud de mezcla en flujos turbulentos**. Tecnología y Ciencias del Agua, IV(4), septiembre-octubre de 2013, 63-76

Curl, R.L. (1966): **Cave Conduit Enlargement by Natural Convection**. Cave Notes, 8(1): 4-8

De Marsily, G. 1986. **Quantitative hydrogeology**: Orlando, Academic Press, 440:

Dentz, M, D. M. Tartakovsky, E. Abarca, A. Guadagnini, X. Sanchez-Vila, J. Carrera (2006): **Variable-Density Flow In Porous Media**. J. Fluid Mech. 561:209–235. Cambridge University Press

Diersch, H.-J.G., O. Kolditz (2002): **Variable-Density Flow and Transport In Porous Media: Approaches and Challenges**. Advances in Water Resources, 25:899–944

Dreybrodt, W. (1988): **Processes in karst systems. Physics, Chemistry and Geology**. Springer-Verlag, Heidelberg, 288:

Duguid, J. O. & Lee, P.C.Y. (1977): **Flow in fractured porous media**. Water Resour. Res. 13 (3): 558-566

Echeverri R. G.E. (1998): Aspectos teóricos sobre el fenómeno de contaminación de aguas subterráneas. Revista Universidad Eafit. Julio - Agosto - Septiembre 1998:61-75  
ERD (1998) Manual: ERD-AG-003 **Process for Use of the Natural Attenuation. (Groundwater Mixing Zone) Alternative**. Environmental Restoration Division, South Carolina, 11:

Falkland, A (1991): **Hydrology and water resources of small islands: A practical guide**. Unesco, Paris, 435:

Farfán González, H., L.F Molerio-León. (2020): **Modelo analítico advectivo-dispersivo en 2D para la inyección de aguas producidas en yacimientos gasopetrolíferos carbonatados en acuíferos cársicos someros salinizados**. Argentina Subterránea, 20(47-48):79-82. <https://www.researchgate.net/publication/345344540>

Frick, W.E. (2004): **Visual Plumes mixing zone modeling software**. Environmental Modelling & Software 19 (2004):645–654 [ww.elsevier.com/locate/envsoft](http://www.elsevier.com/locate/envsoft)

Frick, W.E., P.J.W. Roberts, L.R. Davis, J. Keyes, D.J. Baumgartner, K.P. George (2003): **Dilution Models for Effluent Discharges (Visual Plumes)**. 4th Edition, EPA/600/R-03/025, Ecosystems Research Division, NERL, ORD, U.S. Environmental Protection Agency, Athens, Georgia, 148:

Graf, T., C.T. Simmons, M.C. Boufadel, I. Neuweiler (2010): **Movement of Dense Plumes In Variably Saturated Porous Media: Numerical Model And Results**. XVIII International Conference On Water Resources, CMWR 2010, J. Carrera (Ed) CIMNE, Barcelona, 2010, 8:

- Henry, H.R. (1964a): **Interfaces between salt water and freshwater in coastal aquifers. In: Seawater in coastal aquifers.** US Geol. Surv Water-Supply Paper 1613C:C35-C70
- Henry, H. R. (1964b): **Effects of dispersion on salt encroachment in coastal aquifers.** Water Supply Pap. 1613-C. US Geol. Surv.
- Herrera, I & B. Chen (1983): **Delayed yield. An exact quasi-three dimensional model for free aquifers.** Adv. Water Resour. 6, March, : 54-48
- Herzberg, B. (1901): **Die Wasserversorgung einiger Norseebiidder,** J Gasbeleuchtung und Wasserversorgung 44:815-819, 842-844, Munich
- Hubert, M.K. (1940): **The Theory of Ground – Water Motion.** J Geol 48:785-944
- Hunt, B. 1978. **Dispersive sources in uniform groundwater flow.** J. of Hydraulics, ASCE, Vol 104. No. HY1:75-85.
- Huyakorn, P. S.; Lester, B. H., & Mercer, J. W. (1983a): **Finite element techniques for modeling groundwater flow in fractured aquifers.** Water Resour. Res. 19 (4): 1019-1035, August.
- Huyakorn, P. S.; Lester, B. H., & Faust, Ch. R. (1983b): **An efficient finite element technique for modeling transport in fractured porous media. 1. Single species transport.** Water Resour. Res. 19 (3): 841-854, June.
- Gutiérrez, J.; H. Travieso (1978): **Características físicas y químicas de las aguas de precipitaciones cubanas.** Voluntad Hidráulica, La Habana (47-48):18-22
- Hanshaw, B.B., W. Back (1985): **Deciphering hydrological systems by means of geochemical processes.** Hydrological Sciences — Journal des Sciences Hydrologiques, 30, 2, 6/1985: 257-271
- Izuka, S.K. y S.B .Gingerich (1998): **Estimation of the depth to the freshwater/saltwater interface from verticalhead gradients in wells in caostal and island aquifers.**Hydrogeology J 6:367-373
- Jeffrey Yang, Y; Spencer, R.D.; T.M. Gates (1995): **Analytical solutions for determination of non-steady state capture zones.** GWMR, Winter, :101-106
- Jennings, J.N. (1971): **Karst.** MIT Press, Australia, 252:
- Ji Xiaoyan, X. Lu, S. Li, L. Zhang, Y. Wang, J. Shi (2001): **Determination of the activity coefficients of NaCl in the system NaCl-NH<sub>4</sub>Cl-H<sub>2</sub>O.** Jour Sol. Chem., 30(5)
- Jones, B. F., A. Vengosh, E. Rosenthal & Y. Yechieli (1999): **Geochemical Investigations.** In/ Bear, J., A. H.-D. Cheng, S. Sorek, D. Ouazar, I. Herrera (1999):

**Seawater Intrusion in Coastal Aquifers concepts, Methods and Practices.** Springer-Science+Business Media, B.V, 625:

Kamensky, G.N. (1958): **Hydrochemical zoning in the distribution of underground waters.** Proc. Symp. Ground Water, Pub. 4,:281

Kazemi, H., J.R. Gilman (1993): **Multiphase flow in fractured petroleum reservoirs.** In/ In. J. Bear, C.F. Tsang, G. de Marsily: **Flow and contaminant transport in fractured rock.** Academic Press:267-323

Kim, H. T., W. J Frederick. 1988a. **Evaluation of Pitzer Ion Interaction Parameters of Aqueous Electrolytes at 25°C. 1. Single Salt Parameters.** J. Chem. Eng. Data 33 :177-184.

Kim, H. T., W. J Frederick. 1988b. **Evaluation of Pitzer Ion Interaction Parameters of Aqueous Electrolytes at 25°C. 2. Ternary Mixing Parameters.** J. Chem. Eng. Data 33, 278-283. Innovación, Año 20, N° 1 .2008) :21-31

Kiraly, L. (1975) : **Rapport sur l'etat actuel des connaissances dans le domaine des caracteres physiques des roches karstiques.** in/ A. Burger and L. Dubertret: **Hydrogeology of Karstic Terrains.** Internatl. Ass. Hydrol., Paris, :53-67

Kiraly, L. (1978): **Le notion d'unité hydrogeologique. Essai de definition.** These Bull. Centre Hydrogeol. Univ. Neuchatel, 2: 83-216

Llopis Lladó, N. (1982): **Fundamentos de Hidrogeología Cárstica. Introducción a la Geoespeleología.** Edit. Pueblo y Educación, La Habana, 269:

Luszczynski, N..J (1961): **Head and Flow of Groundwater of Variable Density.** J Geophys Res 66:4247-4256

Maasland, M. (1957): **Soil anisotropy and land drainage.** In/ J.N. Luthin, ed.: **Drainage of Agricultural Lands.** Amer. Soc. Agr. Madison, Wisconsin : 216-228.

March Delgado, C. (1984): **Propiedades físicas de los acuíferos cársticos. I. La doble porosidad.** IV Conf.Cient. Ing. y Arq., La Habana, Cuba :1-13

March Delgado, C. & L.F. Molerio León (1987): **A General Approach to an Algorithm for Groundwater Flow in Karstic Aquifers. Hydro- And Thermodynamical Considerations.** Internatl. Symp. Groundwater Monitoring and Management, Dresden, GDR, 21:

Mateo Rodríguez, J. (1981): **Morfología cárstica.** Fac. Geografía, Univ. de La Habana, La Habana, 310:

Mijailov, V.N. (1959): **Dinámica de las corrientes fluviales que descargan en acuatorios.** Trabajos del Instituto Oceanográfico Estatal de la URSS, 45: (en ruso)

Mijailov, V.N. (1971): **Dinámica del flujo y el canal en las desembocaduras de ríos sin efecto de marea.** Edit. Hidrometeorológica, Moscú 155: (en ruso)

Mijailov, V.N., M.M. Rogov, A.A. Chisttjakov (1986): **Deltas fluviales (procesos hidrológicos y morfológicos)** Edit. Hidrometeorológica, Leningrado, 367: (en ruso)

Moench, A. F. (1984): **Double porosity model for a fissured groundwater reservoir with fracture skin.** Water Resour. Res. 20,(7):831-846

Molerio León, Leslie F.(1984): **Dependencia del Tiempo de la Transmisividad y el almacenamiento en Acuíferos Cársicos.** *Voluntad Hidráulica*, La Habana, (65):32-38

Molerio León, Leslie F. (1985a): **Dominios de Flujo y Jerarquización del Espacio en Acuíferos Cársicos.** Simp. XLV Aniv.Soc. Espel. Cuba, La Habana: 54; In/Núñez Jiménez, A. (1990): **Medio siglo explorando a Cuba. Historia documentada de la Sociedad Espeleológica de Cuba.** Tomo II, Imprenta Central de las FAR, La Habana, :322, <https://www.researchgate.net/publication/344398777>

Molerio León, L. F. (1985b): **El Área Elemental Representativa (AER) para la evaluación de las propiedades físicas del carso. Modelo teórico.** Resumen Simposio XLV Aniv. Soc. Espeleol. de Cuba: 45

Molerio León, Leslie F. (1988): **Modelo Matemático para la Simulación de la Distribución de Velocidades de Descarga al Mar de Ríos Cársicos Subterráneos.** Taller Internac. Hidrol Cársica de la Región del Caribe, UNESCO, La Habana, :24

Molerio León, Leslie F. (1992a): **Composición Química e Isotópica de las Aguas de Lluvia de Cuba.** II Cong. Espel. Latinoamérica y el Caribe, Viñales, Pinar del Río, Cuba: 20-21

Molerio León, Leslie F. (1992b): **Mareas Terrestres y Oceánicas en Acuíferos Cársicos Costeros.** II Cong. Espel. Latinoamérica y el Caribe, Viñales, Pinar del Río, Cuba,:17

Molerio León, Leslie F. (1992c): **Modelo de Transporte de Masa en la Zona No Saturada de los Acuíferos Cársicos. 1/Algoritmo ADRIANA (versión 2.91).** 1er Taller Iberoamericano de Informática y Geociencias, Acad. Cienc. Cuba, La Habana:34

Molerio León, Leslie F. (1992d): **Procesos de Transporte de Masa en la Zona No Saturada de los Acuíferos Cársicos Tropicales.** GTICEK. Taller Internac. sobre Cuencas Experimentales en el Karst, Matanzas, Publ. Universitat Jaume I de Castelló,:1-15.

Molerio León, Leslie F. (1994): **Intrusión marina en Acuíferos Cársicos.** Unesco, Universidad Nacional de La Plata, Argentina, 366:

Molerio León, L.F. (1997): **Notas de Clase sobre Hidrodinámica. Medio Saturado.** In/Antigüedad. I.; M. Arellano; M.L. Calvache; M.V. Esteller; J.R. Fagundo; M.A. Gómez; A. González; A. González; J. Gutiérrez; H. Llanusa; M. López; L.F. Molerio; T.

Morales; I. Morell; I. Mugerza & A. Pulido (1997): **Curso Avanzado sobre Contaminación de Aguas Subterráneas. Monitoreo, Evaluación, Recuperación.** Vol 1:1/32-1/84

Molerio León, L.F. (1999): **Identificación de las fuentes de contaminación y completamiento de la red de monitoreo de las aguas subterráneas en la Planta de Gas de Varadero.** *Reporte inédito.* CESIGMA, S.A., C99-A-12-Etapas I y II, La Habana, 42:

Molerio León, L.F. (2000): **Design of Seawater Intrusion Early Warning Systems in Coastal Karstic Aquifers: A Multivariate Approach.** Unesco Project. 3.2.

Molerio León, L.F. (2002): **Desviaciones en la estimación de la profundidad de la interfase agua dulce-agua salada en acuíferos cársicos costeros.** Ing. Hidr. y Ambiental, La Habana, XXIII (3):29-35

Molerio León, L.F. (2006): **Efecto de la anisotropía de la transmisividad sobre el campo de flujo en un acuífero cársico litoral.** Mapping, Revista Internac. Ciencias de la Tierra (108), Madrid, Marzo: 77-80.

Molerio León, L.F. (2012): **Hidrología de trazadores en la gestión ambiental de yacimientos de petróleo onshore.** Mapping Interactivo. No. 154, Julio-Agosto, 2012

Molerio León, L.F. (2013a): **Ecuaciones de intercambio termohidrodinámico entre medios continuos múltiples en el karst y sus consecuencias ambientales.** Cub@: Medio Ambiente y Desarrollo; Revista electrónica de la Agencia de Medio Ambiente. Año 13, No.24, 2012 ISSN-1683-8904, La Habana, 15: <http://ama.redciencia.cu/articulos.php?sid=91529a91e366de61e4ac7b8e3f27fb89>

Molerio León, L.F. (2013b): **Morfodinámica e hidrodinámica del karst según un modelo de interacción entre medios continuos múltiples (2): Ecuaciones de intercambio.** [Mapping Latino](http://mappinglatino.com/blog/2013/08/19/morfodinmica-e-hidrodinmica-del-karst-segn-un-modelo-de-interaccin-entre-medios-continuos-mltiples-2-ecuaciones-de-intercambio/), 19 agosto 2013, 20: <http://mappinglatino.com/blog/2013/08/19/morfodinmica-e-hidrodinmica-del-karst-segn-un-modelo-de-interaccin-entre-medios-continuos-mltiples-2-ecuaciones-de-intercambio/>

Molerio León, L.F. (2015): **Disposición final de aguas producidas tratadas de yacimientos gasopetrolíferos carbonatados en acuíferos cársicos litorales someros salinizados.** Ciencias de la Tierra y el Espacio, enero-junio, 2015, Vol.16, No.1,;75-87, ISSN 1729-3790

Molerio-León, L.F. (2017): **Modelo para la disposición final de aguas producidas tratadas de yacimientos gasopetrolíferos carbonatados en acuíferos cársicos litorales someros salinizados. 3. Transferencia de calor.** Cub@: Medio Ambiente y Desarrollo; Revista electrónica de la Agencia de Medio Ambiente, 17(33) julio-diciembre 2017, 8:

Molerio-León, L.F. (2019a): **Modelo para la disposición final de aguas producidas tratadas de Yacimientos gasopetrolíferos carbonatados en acuíferos cársicos Litorales someros salinizados.** Octava Convención de Ciencias de la Tierra, Geociencias'2019. XIII Congreso de Geología (GEOLOGÍA'2019). V Taller sobre Aguas subterráneas,

Gestión y Contaminación GEO11-CE1. Resumen. Conferencia especial, La Habana: 178

Molerio-León, L.F. (2019b): **Sistemas de monitoreo de las aguas terrestres en yacimientos gasopetrolíferos onshore del trópico húmedo: diseño, operación y optimización.** IX Congreso de Gestión Ambiental, XII Convención Internacional sobre Medio Ambiente y Desarrollo, La Habana, GA-202

Molerio-León, L.F. (2019c): **Gestión del alcance de responsabilidad ambiental empresarial en la operación de yacimientos gasopetrolíferos onshore.** IV Congreso de Política, Derecho y Justicia Ambiental. XII Convención Internacional sobre Medio Ambiente y Desarrollo, La Habana, PJD 004

Molerio-León, L.F. (2020a): **Modelo para la disposición final de aguas producidas tratadas de yacimientos gasopetrolíferos carbonatados en acuíferos cársicos someros salinizados. 1. Ecuaciones de gobierno.** Argentina Subterránea, 20(47-48):71-74. <https://www.researchgate.net/publication/345344234>

Molerio-León, L.F. (2020b): **Modelo para la disposición final de aguas producidas tratadas de yacimientos gasopetrolíferos carbonatados en acuíferos cársicos someros salinizados. 2. Aplicabilidad del modelo.** Argentina Subterránea, 20(47-48):75-77. <https://www.researchgate.net/publication/345344524>

Molerio León, Leslie F. & E. Flores Valdés (1997): **Paleoclimas y Paleocarsos: los Niveles de Cavernamiento y la Variabilidad del Clima Tropical en el Golfo de México y el Caribe** in/D.M. Arellano, M.A. Gómez-Martín & I. Antigüedad (Eds.): **Investigaciones Hidrogeológicas en Cuba.** Eibar, País Vasco: 225-232

Molerio León, Leslie F.; M. Guerra Oliva & E. Flores Valdés (1984): **Patrones y Regímenes de Flujo en Cavidades Directas del Sur de la Provincia de Matanzas.** Voluntad Hidráulica, La Habana, (63):37-52

Molerio León, L.F.; M.G. Guerra Oliva, R.M. Leal (2013): **Modelo Difusivo de Transporte de Masa (Algoritmo Adriana, Versión 2.91) y Curvas de Retención de Humedad en la Zona No Saturada de los acuíferos cársicos (Modelo RETC). Aplicación a las cuevas del tercio superior del curso subterráneo del río San Antonio, Artemisa, Cuba.** Mapping Latino. 23 Septiembre 2013, 51: <http://mappinglatino.com/blog/2013/09/23/modelo-difusivo-de-transporte-de-masa-algoritmo-adriana-versin-2-91-y-curvas-de-retencion-de-humedad-en-la-zona-no-saturada-de-los-acuferos-carsicos-modelo-retc-apl/>

Molerio León, L.F. y N. Herrera Yanes (2005): **Recuperación de un campo de pozos para suministro de agua salada en un acuífero cársico litoral.** Mapping, Revista Internac. Ciencias de la Tierra (106), Madrid, Noviembre: 40-49.

Narasimhan, T.N. (1982): **Multidimensional numerical simulation of fluid flow in fractured porous media.** Water Resour. Res. 18 (4): 1235-1247

- Neretnieks, I. (1993): **Solute transport in fractured rock. Applications to radionuclide waste repositories**: In. J. Bear, C.F. Tsang, G. de Marsily: **Flow and contaminant transport in fractured rock**. Academic Press :39-127
- Odeh, A.S. (1965): **Unsteady state behavior of natural fractured reservoirs**. Soc. Petroleum Engineer Jour., 5 (1): 60-64
- Palmer, A.N. (1999): **Anisotropy in carbonate aquifers**. In A.N. Palmer, M.V. Palmer, I. Sasowski: **Karst Modeling, Proc. Symp. Charlottesville, Karst Water Inst. Spec. Publ. 5 :223-227**
- Papadopoulos, I.S. (1967): **Nonsteady flow to a well in an infinite anisotropic aquifer**. Proc. Symp. Dubrovnik: Hydrology of fractured rocks, AIHS, UNESCO (I):21-31, Paris
- Pitzer K. S. (1979): **Theory: ion interaction approach**, en: **Activity coefficients in electrolyte solutions**, R. M. Pytkowitz [Ed], CRC Press, Boca Raton: 157-208.
- Pitzer K. S. (1987): **A thermodynamic model for aqueous solutions of liquid-like density**, en: **Thermodynamic modeling of geological materials: Minerals, fluids and melts. Reviews in Mineralogy**, I. S. E. Carmichael y H. P. Eugster .[Eds.]:97-142.
- Pitzer, K. S. (1991): **Activity Coefficients in Electrolyte Solutions**, 2nd ed.; Pitzer, K. S., Ed.; CRS Press.
- Reilly, T.E. y A.S. Goodman (1985): **Quantitative Analysis of Saltwater-Freshwater Relationships in Groundwater Systems – A historical Perspective**. J Hydrol 80:125-160
- Rolle, M., C. Eberhardt, G. Chiogna, O.A. Cirpka, P. Grathwohl (2009): **Enhancement of dilution and transverse reactive mixing in porous media: experiments and model-based interpretation**. J. Contam. Hydrol., 110 (2009):130-142
- Schoeller, H. (1941): **Les modifications de la composition chimique de léau dans una même nappe**. Ass. Internatl. Hydrol. Scientifique, Ass. Oslo:124-129
- Schoeller, H. (1948): **L'influence du climat sur la composition chimique des eaux souterraines vadoses**. Bull. Soc. Géol. Fr. XI, (5): 267-289
- Schoeller, H. (1956): **Geochimie des eaux souterraines: Application aux eaux du gisement de petrole**. Technip, Paris, 213:
- Schoeller, H. (1959): **Arid Zone Hydrology Recent Developments**. Arid Zone Research-XII. UNESCO, Paris, 125:
- Schoeller, H. (1962): **Les Eaux Souterraines. Hydrologie dynamique et chimique. Recherche, Exploitation et Évaluation des Ressources**. Mason et Cie, Paris, 642:
- Schwartz, F.W., P.A. Domenico (1973): **Simulation of hydrochemical patterns in regional groundwater flow**. Water Reourc. Res., 9:707

Schwartz, F.W. K. Muehlenbachs, D.W. Chorley (1981): **Flow-System Controls of the Chemical Evolution of Groundwater**. In: W. Back y R. Letolle (Edit), Symp. Geochemistry of Groundwater. 26<sup>th</sup> Internatl. Geol. Congr., J. Hydrol, 54:225-243

Stewart, J. N. (1977): **Hydrologic effects of pumping a deep limestone sink near Tampa, Florida, USA** /in J.N. Tolson & F.L. Doyle: **Karst Hydrogeology**, Univ. Alabama:195-211

Smith, L. y F.W. Schwartz (1993): **Solute transport through fracture networks** In. J. Bear, C.F. Tsang, G. de Marsily: **Flow and contaminant transport in fractured rock**. Academic Press :129-167

Stallman, R.W. (1960): **Notes on the use of temperature data for computing groundwater velocity**. 6th assembly on Hydraulics. Rep 3:1-7. Soc. Hydrotech de France, Nancy, France (reproducido en Bentall, R. [Ed] (1963): **Methods of collecting and interpreting ground water data**. U.S.Geol.Surv.Water Supply Pap. 1544-H-36-46

Stallman, R.W. (1965): Steady one dimensional fluid flow in a semi-infinite porous medium with semisolid surface temperature. J. Geophys.Res. 70(12):2821-2827

Streltsova-Adams, T.D. (1976a): *Comments on "Analysis of pumping tests data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response"* by Shlomo P. Neumann. Water Resour. Res. 2 (1) : 113-114.

Streltsova-Adams, T.D. (1976b): **Advances and uncertainties in the study of groundwater flow in fissured rocks**. Adv. Groundwater Hydrol. Amer. Water Resour. Ass.: 48-56

Sweeting, M.M. (1973): **Karst Landforms**. Columbia Univ. Press, New York, 362:

Theis, C.V. (1935): **The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of the discharge of a well using groundwater storage**. Trans. Amer. Geoph. Union, (16): 519-524.

Thomas, R., M. Ward (2004): **Estudio de modelado del agua producida como apoyo al Programa de Producción de Sherritt en el litoral de Cuba**. Applied Science Associates, Ltd. ASA 2003-173 Julio 2004, Escocia, 12: (inédito, Archivo del autor)

Tóth, J. (1963): **A theoretical analysis of groundwater flow in small drainage basins**. Journ. Geophys. Res., 68:4795-4812.

Tóth, J. (1970): **A conceptual model of the groundwater regime and the hydrologic environment**. J. Hydrol.:164

Tóth, J. (2009): **Gravitational Systems of Groundwater Flow. Theory, Evaluation, Utilization**. Cambridge University Press, New York, 297:

Trefry, M.G., D.R. Lester, G. Metcalf, J. Wu (2019): **Temporal fluctuations and poroelasticity can generate chaotic advection in natural groundwater systems**. Water Resour. Research. 55,

Trefry, M.G., D.R. Lester, G. Metcalf, J. Wu (2020): **Lagrangian complexity persists with multimodal systems**. Preprint. Transport in Porous Media. 37: ResearchGate, <https://researchgate.net/publication/340883271>

Tsang, C.F. (1993): **Tracer transport in fracture systems**. In. J. Bear, C.F. Tsang, G. de Marsily: **Flow and contaminant transport in fractured rock**. Academic Press :237-266

Van der Tuin, H. (1991): **Guidelines on the study of sea water intrusion into rivers**. UNESCO. Studies and Reports in Hydrology 50, Paris, 138:

Van de Weerd, H.; Leijnse, A. and van Riemsdijk, W.H. (1998): **Transport of reactive colloids and contaminants in groundwater: effect of nonlinear kinetic interactions**. Journal of Contaminant Hydrology, 32:313-331.

Wallick, E.J. y J. Tóth (1976): **Methods of regional groundwater flow analysis with suggestions for the use of environmental isotopes**. Interpretation of environmental isotope and hydrochemical data in groundwater hydrology. Proc. Advisory Group Meeting, IAEA, Vienna, Jan 27-31, 1975:37-64

Warren, J. E. & Root, P. J. (1963): **Behavior of natural fractured reservoirs**. Soc. Pet. Eng. Jour. 9,: 245-255.

Weber, C.F. (2000): **Calculation of Pitzer Parameters at High Ionic Strengths**. Ind. Eng.Chem. Res. 39: 4422-4426.

Wu, J., D. R. Lester, M. G. Trefry, G. Metcalfe (2018?): **When do complex transport dynamics arise in natural groundwater systems?** Confidential manuscript submitted to Water Resources Research, 54:

Yigui, LI (2006): **Recent Advances in Study on Thermodynamic Models for Real Systems Including Electrolytes**. Tsinghua Science and Technology, 11 (2):181-187

Zheng, Ch., G.D. Bennett (1995): **Applied contaminant transport modeling**. Van Nostrand-Reinhold, New York, 440: